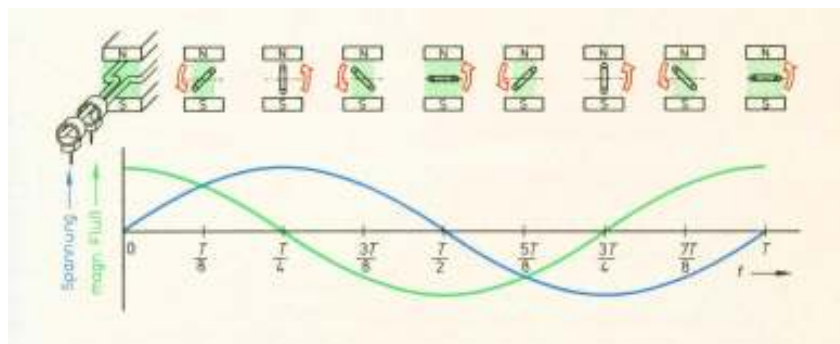


# Elektrotechnik 2. Semester

## Wechselstrom- und Drehstromsysteme

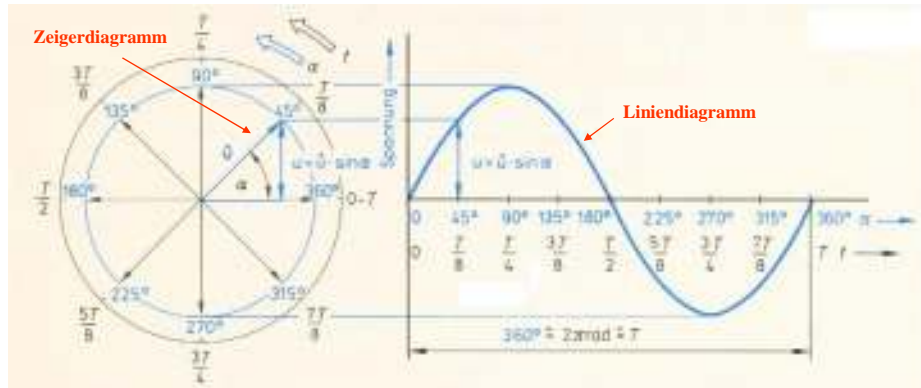
### Wechselstromtechnik

- 1) **Definition:**  
Wechselstrom ist jene Stromart, bei der die Stromstärke sich periodisch nach Größe und Richtung ändert.
- 2) **Erzeugung** von Spannungen mit sinusförmigem zeitlichen Verlauf (Prinzipdarstellung):

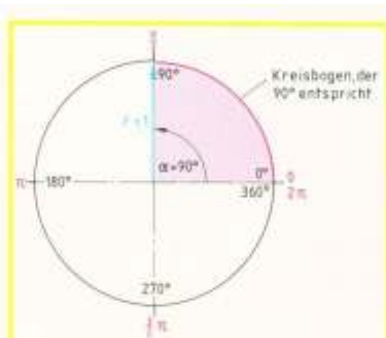


Eine Umdrehung der Leiterschleife entspricht einem Drehwinkel von  $360^\circ$

3) Darstellung sinusförmiger Wechselgrößen als Zeiger- und Liniendiagramm:



- Die Zeigerlänge entspricht dem Scheitelwert (Amplitude)  $\hat{u}$  der Wechselspannung bzw.  $\hat{i}$  des Wechselstromes.
- Die Drehzahl je Sekunde des umlaufenden Zeigers ist gleich der Frequenz des Wechselstromes bzw. der Wechselspannung.
- Die Drehrichtung des umlaufenden Zeigers ist entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn (Linksrotation ist positive Richtung).
- Die Ausgangslinie eines Zeigers ist die Richtung der Zeitachse.



Gradmaß $\alpha$	Bogenmaß $\hat{\alpha}$
0°	0
90°	$\frac{\pi}{2}$
180°	$\pi$
270°	$3/2 \pi$
360°	$2 \pi$

Beim Bogenmaß wird der Winkel durch die zugehörige Kreisbogenlänge des Einheitskreises beschrieben.

← Eine komplette Umdrehung des Zeigers

$$\frac{\pi}{2} = \frac{360}{360} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\pi = \frac{360}{360} \cdot \pi$$

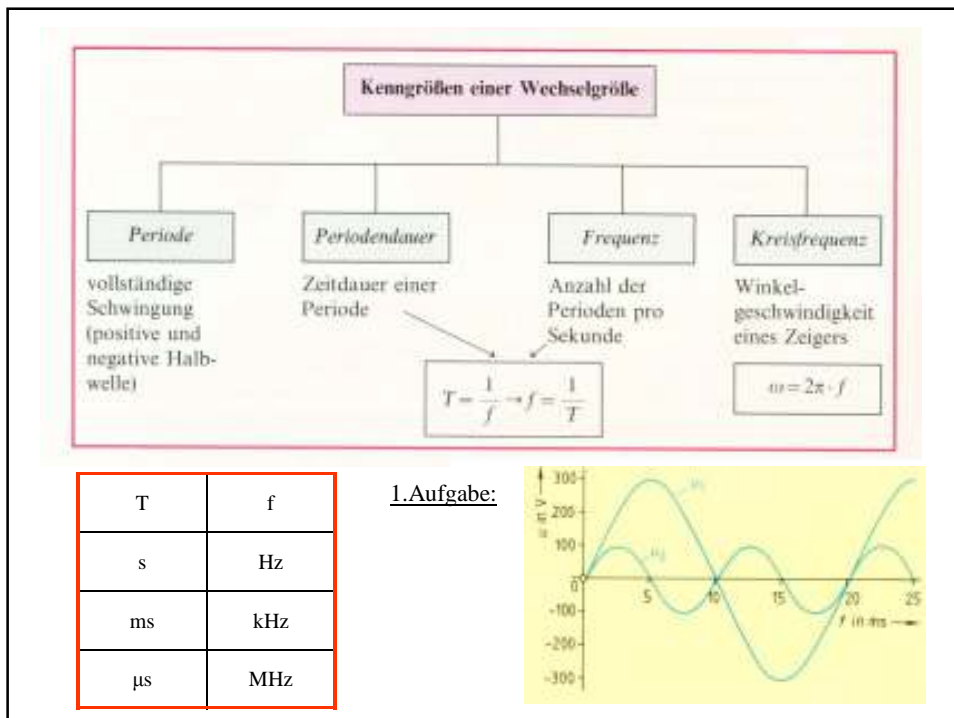
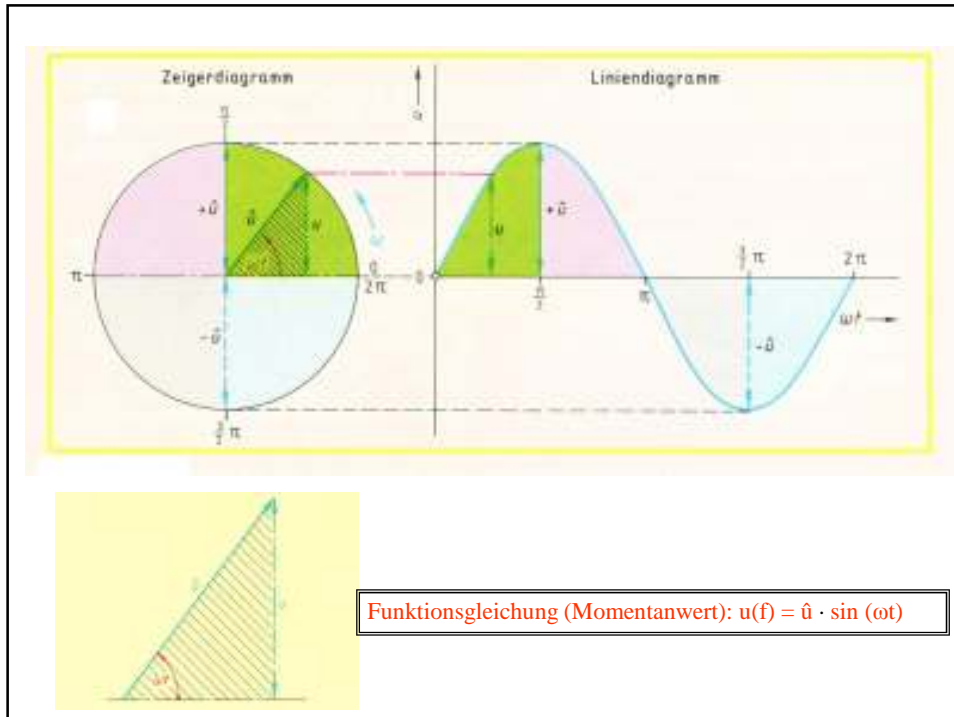
$$\frac{3\pi}{2} = \frac{360}{360} \cdot \frac{3\pi}{2}$$

← Umrechnung Winkel- in Bogenmaß



Winkelgeschwindigkeit ist die Winkeländerung pro Zeiteinheit.

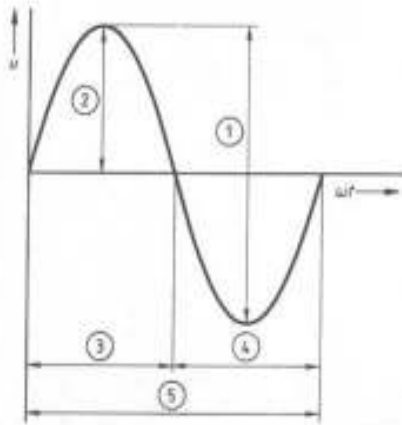
$$\alpha = \omega \cdot t$$



4) **Kenngrößen:**

**Periode**  $\Rightarrow$  vollständige Schwingung  
**Periodendauer**  $\Rightarrow$  Zeitdauer einer Periode

**Frequenz**  $\Rightarrow$  Anzahl der Perioden pro Sekunde  
**Keisfrequenz**  $\Rightarrow$  Winkelgeschwindigkeit des Zeigers



**Legende:**

- (1)  $\hat{u}$  = Spitze-Tal-Wert \*<sup>1</sup>
- (2)  $\hat{u}$  = Scheitelwert [Amplitude] \*<sup>2</sup>
- (3) 1 Halbperiode [T/2]
- (4) 2 Halbperiode [T/2]
- (5) T = Periodendauer

\*<sup>1</sup> früher: Spitze-Spitze-Wert,  $u_{ss}$

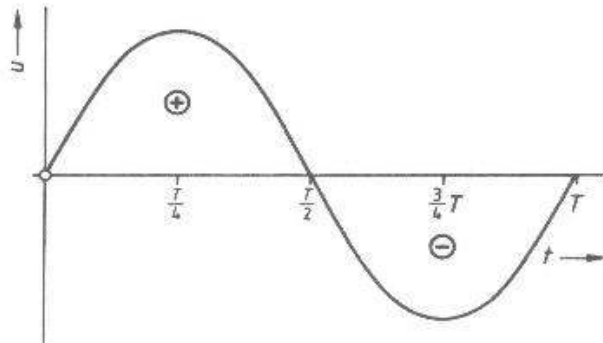
\*<sup>2</sup> früher: Spitze-Wert,  $u_s$

	linearer Mittelwert $\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt$	Gleichrichtwert $\bar{u}_G = \frac{1}{T} \int_0^T  u  dt$	Effektivwert $u_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$	Formfaktor $F = \frac{\hat{u}}{u_{eff}}$	Scheitelfaktor $\xi = \frac{\hat{u}}{\bar{u}}$
	$\bar{u} = 0$	$\bar{u}_G = \frac{2}{\pi} \hat{u} \approx 0,637 \cdot \hat{u}$	$u_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot \hat{u}$	$F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$	$\xi = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$
	$\bar{u} = 0$	$\bar{u}_G = \frac{2}{\pi} \hat{u}$	$u_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$F = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$	$\xi = 1,57$
	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u}_G = \frac{\hat{u}}{2}$	$u_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}}$	$F = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$	$\xi = 1,5$
	$\bar{u} = 0$	$\bar{u}_G = \hat{u}$	$u_{eff} = \hat{u}$	$F = 1$	$\xi = 1$
	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u}_G = \frac{\hat{u}}{2}$	$u_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$F = \sqrt{2} \approx 1,41$	$\xi = 1,2$

Ksi

### 5) Mittelwerte von Wechselgrößen:

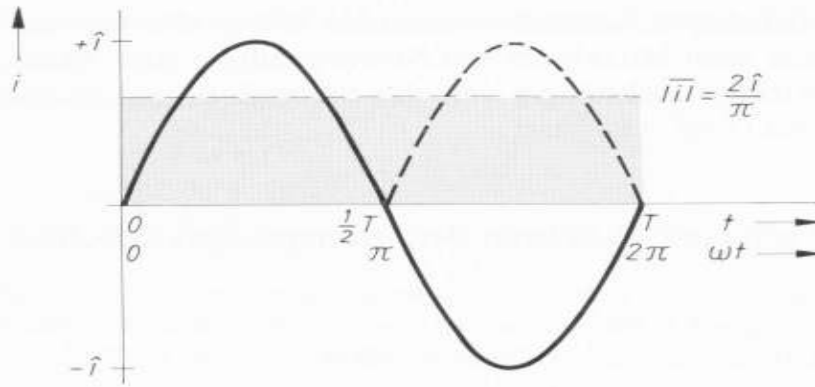
(1) Arithmetischer [linearer] Mittelwert (Gleichwert):



Nach DIN 40 110 liegt dann eine Wechselgröße vor, wenn der arithmetische Mittelwert der Größe gleich Null ist.

Der arithmetische Mittelwert liefert ein Kriterium für die Unterscheidung von Wechsel- und Mischgrößen

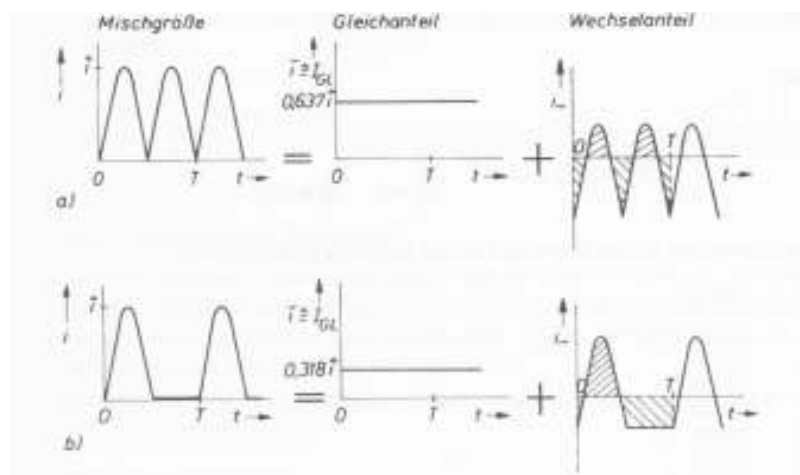


**(2) Gleichrichtwert:**

Der Gleichrichtwert Ist der arithmetische (lineare) Mittelwert der Beträge

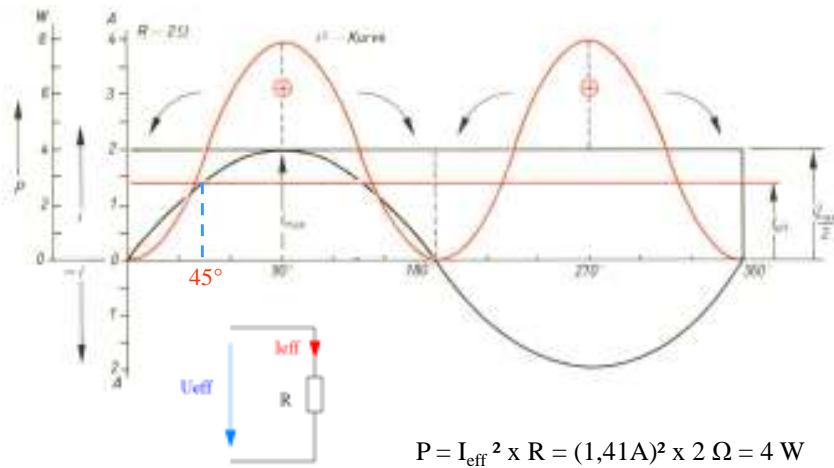
**Zerlegung einer Mischgröße:**

- a) Zweiweggleichrichtung
- b) Einweggleichrichtung



(3) Effektivwert:

- Der Effektivwert einer Wechselspannung (-strom) ist der Wert, der in einem ohmschen Widerstand die gleiche Leistung umsetzt, wie bei einer gleich großen Gleichspannung (-strom).
- Alle Angaben in der Energietechnik erfolgen in der Regel in Effektivwerten.



Auszug der Bedienungsanleitung vom Digitalmultimeter M 2032 der Firma ABB

Einflüßigkeiten und Einflüßeffekte

**Temperatur**  
im Bereich +5 ... +45 °C

bei V <sub>AC</sub>	± 0,25 % v. M. + 10/10 K
bei V <sub>DC</sub>	± 0,15 % v. M. + 20/10 K
bei A <sub>AC</sub>	± 0,15 % v. M. + 10/10 K
bei A <sub>DC</sub>	± 0,2 % v. M. + 20/10 K
bei D <sub>Lo</sub>	
2 kΩ ... 200 kΩ	± 0,1 % v. M. + 10/10 K
2 MΩ	± 0,75 % v. M. + 10/10 K
bei D <sub>Hi</sub>	
200 D ... 2 MΩ	± 0,1 % v. M. + 10/10 K
20 MΩ	± 0,75 % v. M. + 10/10 K

**Frequenz der Meßgröße**

bei V<sub>AC</sub> und A<sub>AC</sub>  
alle Bereiche abgenommen 600 V<sub>AC</sub>

15 Hz ... < 45 Hz	± 2 % v. M. + 3D
> 65 Hz ... 400 Hz	± 10,3 % v. M. + 3D
> 400 Hz ... 2 kHz	± 13 % v. M. + 3D

**Bereich 650 V<sub>AC</sub>**

15 Hz ... 45 Hz	± 3 % v. M. + 3D
> 65 Hz ... 200 Hz	± 10,3 % v. M. + 3D
> 200 Hz ... 1 kHz	± 13 % v. M. + 3D

**Rückwerte der Meßgröße**

**Overfaktor CF**

1 ... 3	± 1 %
> 3 ... 7	± 3 %

Der zulässige Crest-Faktor (CF) der zu messenden Wechselgröße ist abhängig vom angezeigten Wert und entspricht dem Kurven in Bild 3 und Bild 4

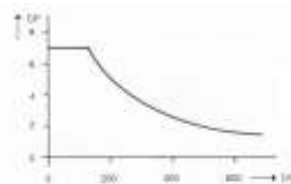


Bild 3 Zulässiger Crest-Faktor (CF) der zu messenden Wechselspannung in Abhängigkeit vom angezeigten Wert in V

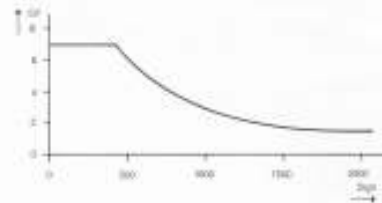


Bild 4 Zulässiger Crest-Faktor (CF) der zu messenden Wechselströme in Abhängigkeit vom angezeigten Wert in Digit

## Lösen der Aufgabe 2: Wechselstromsysteme (1)

### Aufgabe 2

*Lösung:*

Die Periodendauer kann dem Liniendiagramm direkt entnommen werden.

Zur Berechnung der Frequenz gilt

Ermittlung des Gleichrichtwertes

Der Effektivwert errechnet sich aus

Berechnung des Formfaktors

Bestimmung des Scheitelfaktors

Geg:  $\hat{u} = 311 \text{ V}$ ; siehe Abb.  
Ges:  $T, f, \bar{u}; U; \xi, \sigma$

a)  $T = 20 \text{ ms}$

b)  $f = \frac{1}{T}$

$$f = \frac{1}{20 \text{ ms}} = \frac{1}{0,02 \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$$

c)  $\bar{u} = 0,637 \cdot \hat{u}$

$$\bar{u} = 0,637 \cdot 311 \text{ V} = 198 \text{ V}$$

d)  $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

$$U = \frac{311 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 220 \text{ V}$$

$$= \frac{U}{\bar{u}}$$

$$= \frac{220 \text{ V}}{198 \text{ V}} = 1,11$$

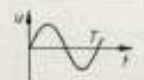
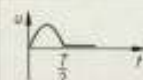
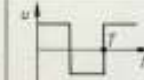

$$= \frac{\hat{u}}{U}$$

$$= \frac{311 \text{ V}}{220 \text{ V}} = 1,414$$



### Messen von Wechselstromgrößen

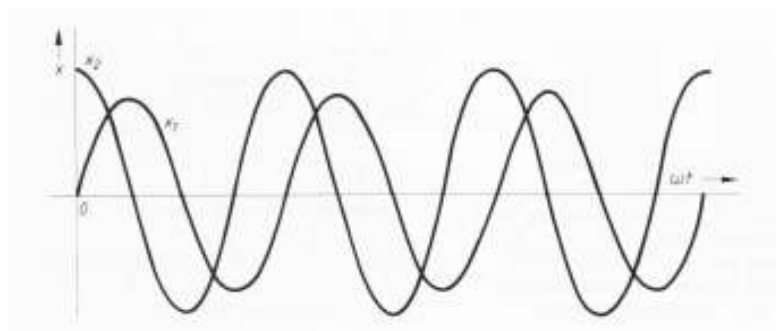
Drehspulmeßwerke zeigen einen Ausschlag der proportional dem **arithmetischen Mittelwert**  $\bar{u}$  bzw.  $\bar{i}$  ist.  
 Drehspulmeßwerke mit Gleichrichter haben einen Ausschlag, der proportional dem **Gleichrichtwert**  $|\bar{u}|$  bzw.  $|\bar{i}|$  ist.  
 Drehspulmeßwerke zeigen einen Ausschlag der proportional dem **Effektivwert** (quadr. Mittelwert)  $U_{eff}$  bzw.  $I_{eff}$  ist.  
 Formfaktor  $F_u = \frac{U_{eff}}{|\bar{u}|}$  bzw.  $\frac{I_{eff}}{|\bar{i}|}$ , Scheitelfaktor (Crestfaktor)  $\zeta = \frac{\hat{u}}{U_{eff}}$  bzw.  $\frac{\hat{i}}{I_{eff}}$

				
arithmetischer Mittelwert $\bar{u}$	0	0,318 $\hat{u}$	0	0
Gleichrichtwert $ \bar{u} $	0,637 $\hat{u}$	0,318 $\hat{u}$	1,0 $\hat{u}$	0,6 $\hat{u}$
Effektivwert $U_{eff} = U$	0,707 $\hat{u}$	0,5 $\hat{u}$	1,0 $\hat{u}$	0,577 $\hat{u}$
Formfaktor $F_u$	1,11	1,57	1,0	1,15
Scheitelfaktor $\zeta$	1,41	2,0	1,0	1,73

Hinweis: [True RMS Multimeter messen den Echteffektivwert](#)

Zur Messung von abweichenden Wellenformen, insbesondere Rauschen, dürfen nur Messgeräte mit exakter Bestimmung des Effektivwerts eingesetzt werden. Diese sind oft mit ‚echter Effektivwert‘ oder TRMS (True Root Mean Square) gekennzeichnet

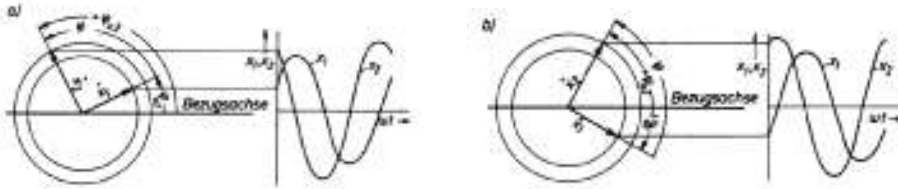
#### 6) Nullphasen- und Phasenverschiebungswinkel:



Beide sinusförmige Wechselgrößen **gleicher Frequenz** laufen zwar gleichzeitig ab, weisen jedoch verschiedene augenblickliche Schwingungszustände auf.

Die Schwingungen haben eine **unterschiedliche Phasenlage** (sie sind **phasenverschoben**).

**Nullphasenwinkel** ist der Winkel, den die Zeiger gegenüber der Bezugsachse bilden. Er ist bezugspunktabhängig.



a) positiver Nullphasenwinkel der Schwingung  $x_1$   
Momentanwertgleichung:  $u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_x)$

b) negativer Nullphasenwinkel der Schwingung  $x_1$   
Momentanwertgleichung:  $u = \hat{u} \sin(\omega t - \varphi_x)$

**Phasenverschiebungswinkel** zwischen zwei Wechselgrößen errechnet sich aus der Differenz der Nullphasenwinkel.

$$\varphi = \varphi_{x2} - \varphi_{x1}$$

**Ergebnis** : Die Schwingung  $X_2$  eilt  $X_1$  um den Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  voraus.

**Sonderfälle:**

$\varphi = 0^\circ$	$\rightarrow$	Gleichphasigkeit
$\varphi = 180^\circ$	$\rightarrow$	Gegenphasigkeit.

### Aufgabe3:

Eine sinusförmige Wechselspannung  $\hat{u} = 30 \text{ V}$  und  $f = 50 \text{ Hz}$  hat zum Bezugspunkt  $t_0$  einen Nullphasenwinkel  $= +20^\circ$ .

Berechnen Sie den Augenblickswert der Spannung zum Zeitpunkt  $t_1 = 2 \text{ ms}$  und zeichnen Sie das Zeigerdiagramm.

Lösung:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 314 \text{ s}^{-1}$   
 $\omega t = 314 \text{ s}^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 0,2 \cdot \pi \approx 36^\circ$

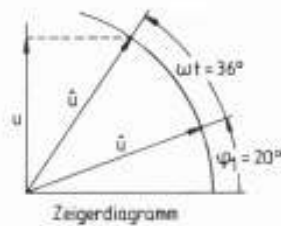
$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u = 30 \text{ V} \cdot \sin(36^\circ + 20^\circ)$$

$$u = 30 \text{ V} \cdot \sin 56^\circ$$

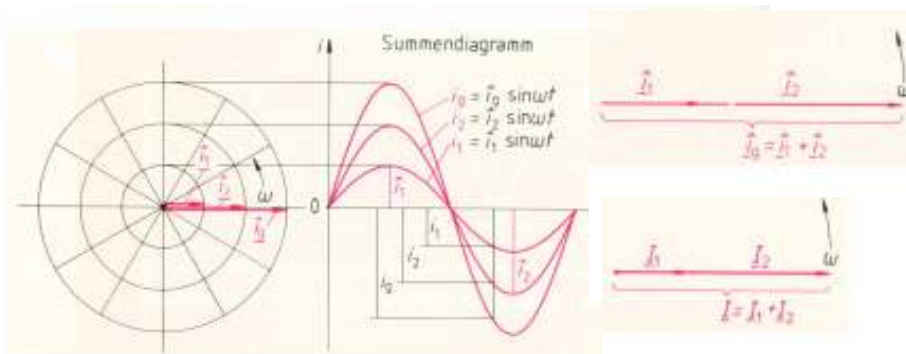
$$u = 30 \text{ V} \cdot 0,829$$

$$u = \underline{24,87 \text{ V}}$$



### 7) Addition von Wechselgrößen:

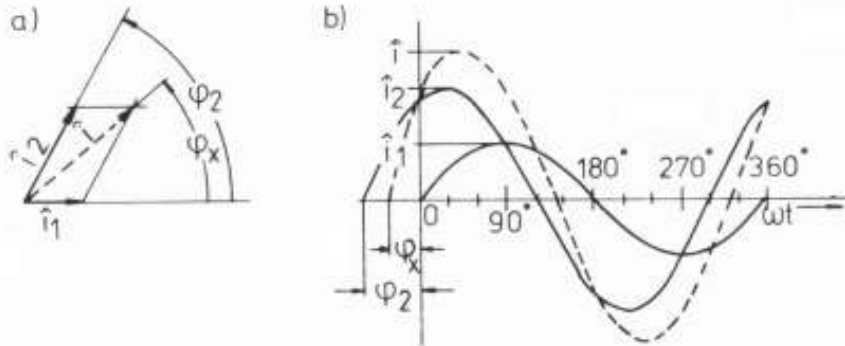
Zwei sinusförmige Ströme **gleicher** Frequenz und **gleicher** Phasenlage sollen addiert werden:



Liniendiagramm: Addition der Augenblickswerte

Zeigerdiagramm: Addition der Scheitelwerte (oder der Effektivwerte)

Zwei sinusförmige Ströme gleicher Frequenz und unterschiedlicher Phasenlage sollen addiert werden:



geometrische Addition

$$i_1 = \hat{i}_1 \cdot \sin(\omega t + 0^\circ)$$

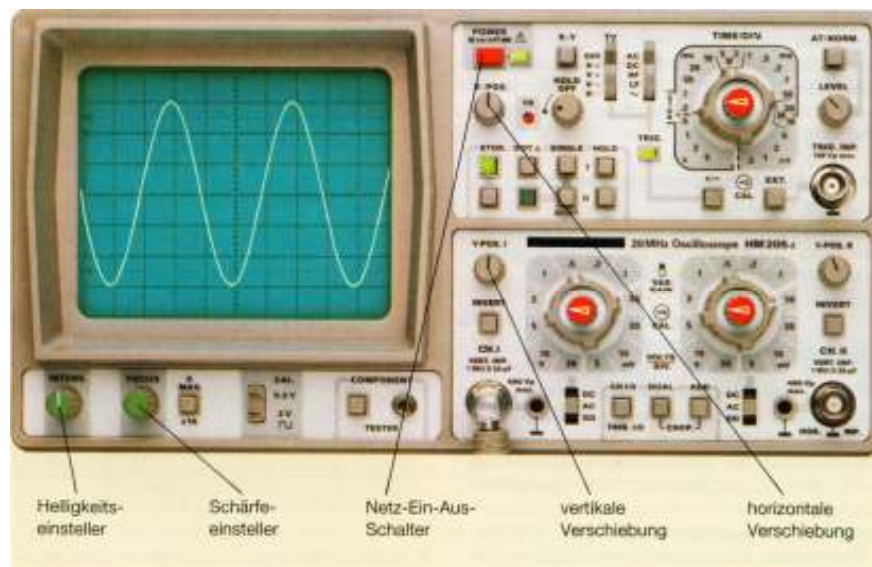
$$i_2 = \hat{i}_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$i_g = \hat{i}_g \cdot \sin(\omega t + \varphi_x)$$

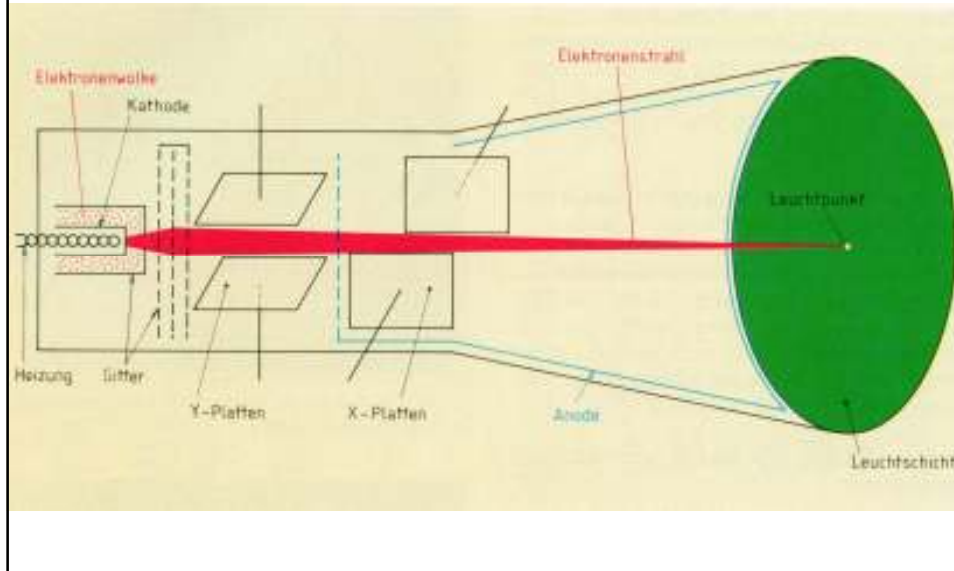
Mit Hilfe des Additionstheorems:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta \pm \cos \alpha \times \sin \beta$$

### 8) Messen von elektrischen Wechselgrößen:

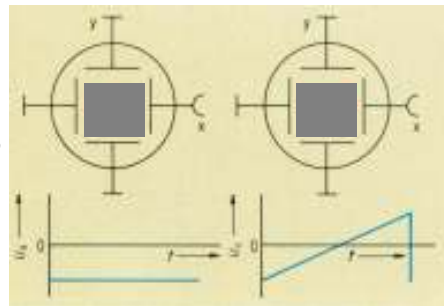


**Funktionsprinzip Messoszilloskop**

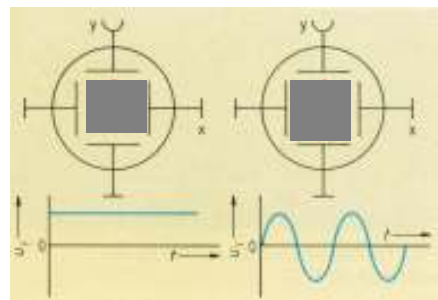


**Position des Elektronenstrahles**

Bei negativer Polarität der Spannung am X-Eingang  
(ohne Spannung an Y-Eingang)



Bei wechselnder Polarität der Spannung am X-Eingang  
(ohne Spannung an Y-Eingang)

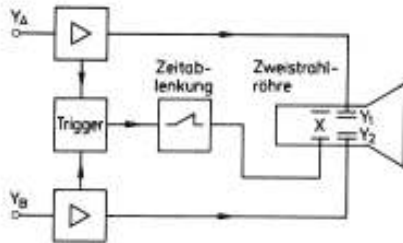


Bei positiver Polarität der Spannung am Y-Eingang  
(ohne Spannung an X-Eingang)

Bei wechselnder Polarität der Spannung am Y-Eingang  
(ohne Spannung an X-Eingang)

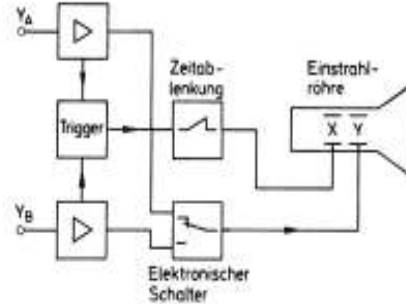
### Blockschaltbilder: Messoszilloskope

Zweistrahlmessoszilloskop:



In vielen Fällen ist es erforderlich, zwei Kurven auf dem Schirm abzubilden. Beim Zweistrahlozilloskop werden zwei getrennte Elektronenstrahlen erzeugt. Die Ablensysteme werden durch zwei getrennte Messverstärker für die Y-Ablenkung und im allgemeinen durch einen gemeinsamen Zeitablenkverstärker angesteuert.

Zweikanal-Messoszilloskop:



Beim Zweikanal-Ozilloskop handelt es sich im Prinzip um ein Einstrahl-Ozilloskop, das mit zwei gleichen Vorverstärkern und einem elektronischen Schalter ausgerüstet ist. Die Eingangsspannungen werden nach erfolgter Verstärkung mit Hilfe eines elektronischen Schalters über einen gemeinsamen Endverstärker an die Y-Ablenkplatten gegeben.

## Messen mit dem Oszilloskop

### 1. Spannungsmessung

Ozilloskope sind reine Spannungsmessgeräte, daher müssen alle darzustellenden Messgrößen zunächst in analoge Spannungen umgeformt werden.

Messschaltung:

Zur Messung der Spannung wird ein Pol der Spannungsquelle auf einen Vertikaleingang und der andere Pol auf Masse gelegt.

### 2. Frequenzmessung

Messschaltung wie oben

Zur Messung der Frequenz einer periodischen Wechselgröße (Spannung oder Strom) kann die kalibrierte Zeitablenkung des Oszilloskop benutzt werden.

Bei der Messspannung ergibt der Abstand zwischen zwei Nulldurchgängen die gemessene Periodendauer, die wiederum in die Frequenz umgerechnet werden kann:  $f = 1/T$ .

### 3. Strommessung

Da ein Oszilloskop Ströme nicht direkt messen kann, muss der Messstrom zunächst in eine analoge Spannung umgeformt werden. Dies erfolgt mit Hilfe eines ohmschen Normalwiderstandes  $R_N$ .

Messschaltung:

Um die Messschaltung nicht zu beeinflussen, muss dieser Widerstand klein im Vergleich zu den anderen Widerständen des Stromkreises sein.

Die Leistung des Widerstandes  $R_N$  muss zu den zu erwartenden Messstrom angepasst sein!

Der Strom kann dann mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes bestimmt werden.

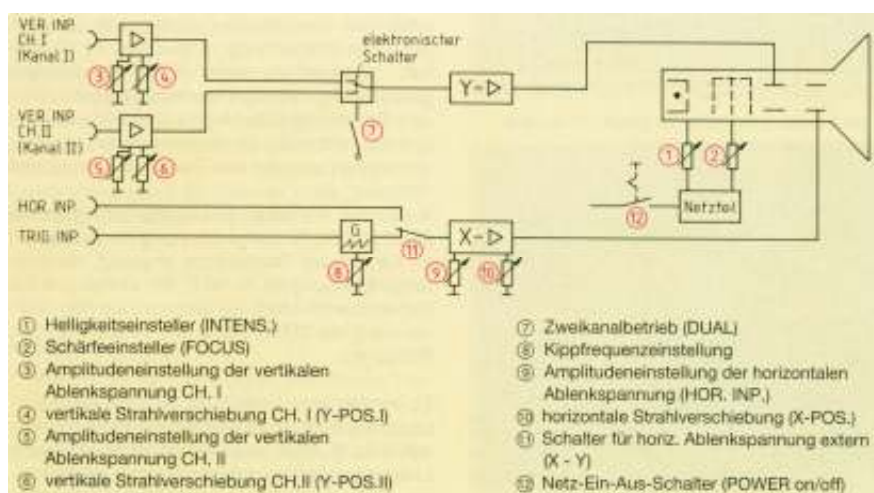
### 4. Phasenmessung

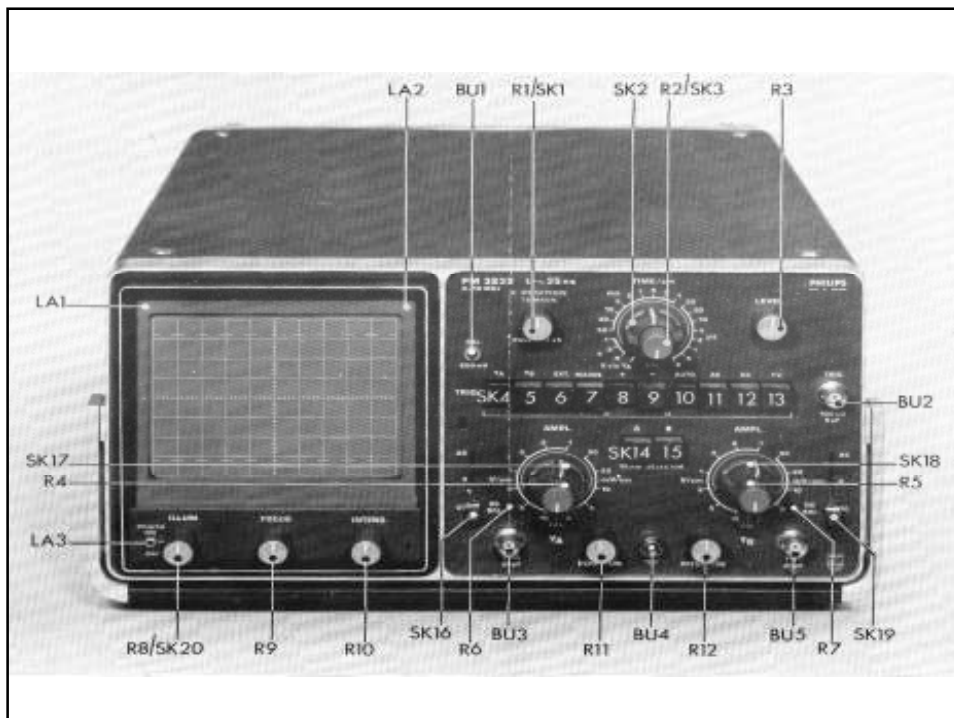
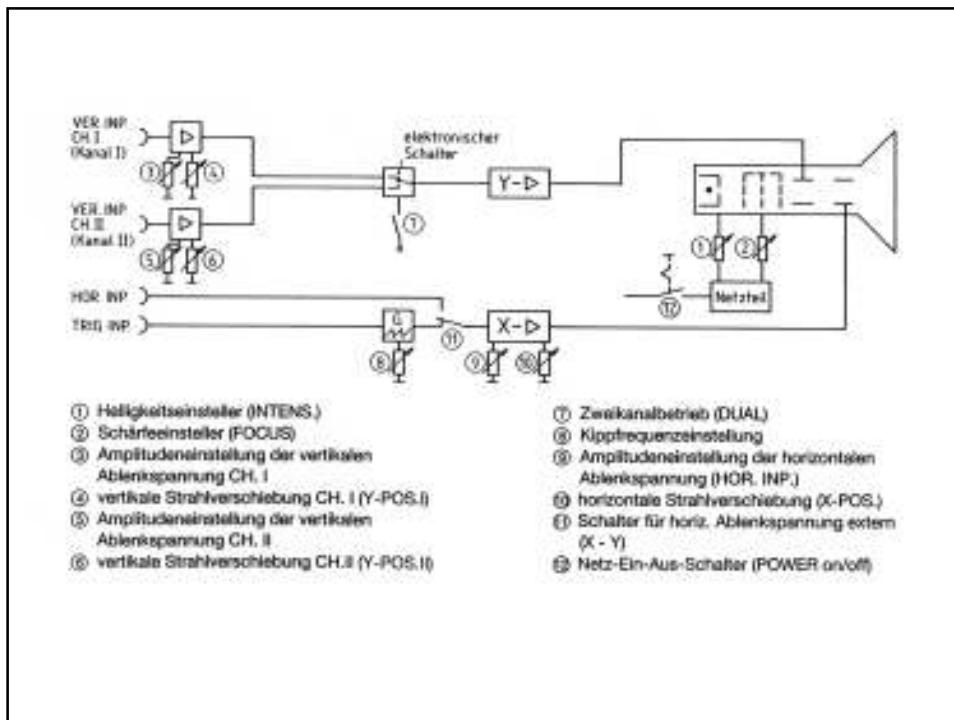
Die Phasenverschiebung zwischen zwei Spannungen gleicher Frequenz kann mit einem Zweikanaloszilloskop bestimmt werden. Dazu wird die erste Spannung auf den ersten, die zweite Spannung auf den zweiten Y-Eingang gelegt. Aus dem horizontalen Abstand zwischen den beiden Linienbildern kann die Phasenverschiebung abgelesen werden.

Messschaltung:

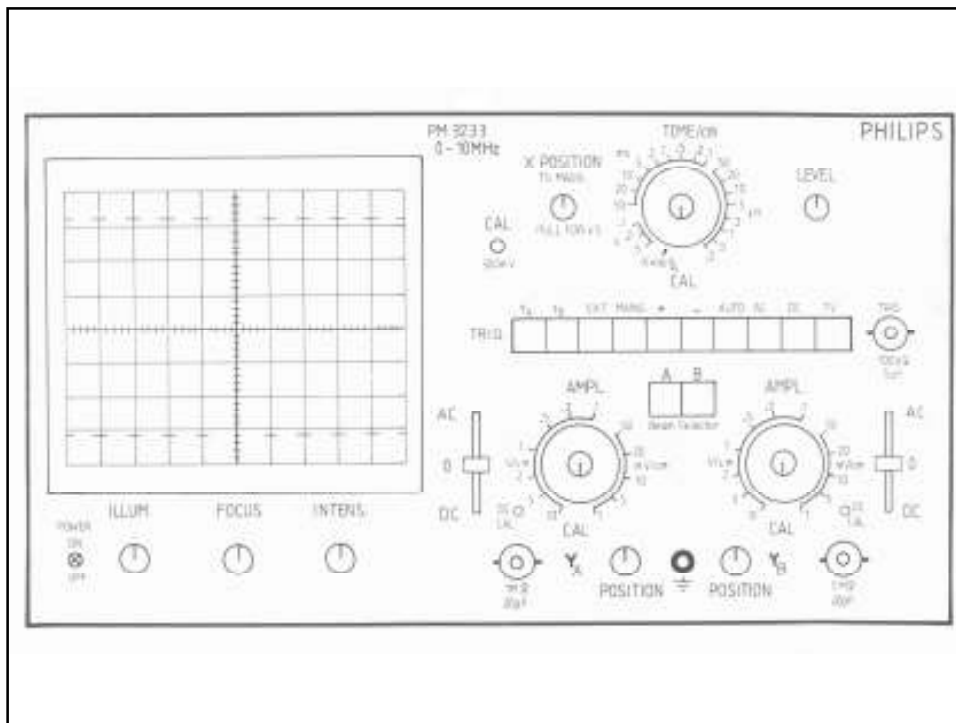
Das Beispiel zeigt die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom bei einem Kondensator.

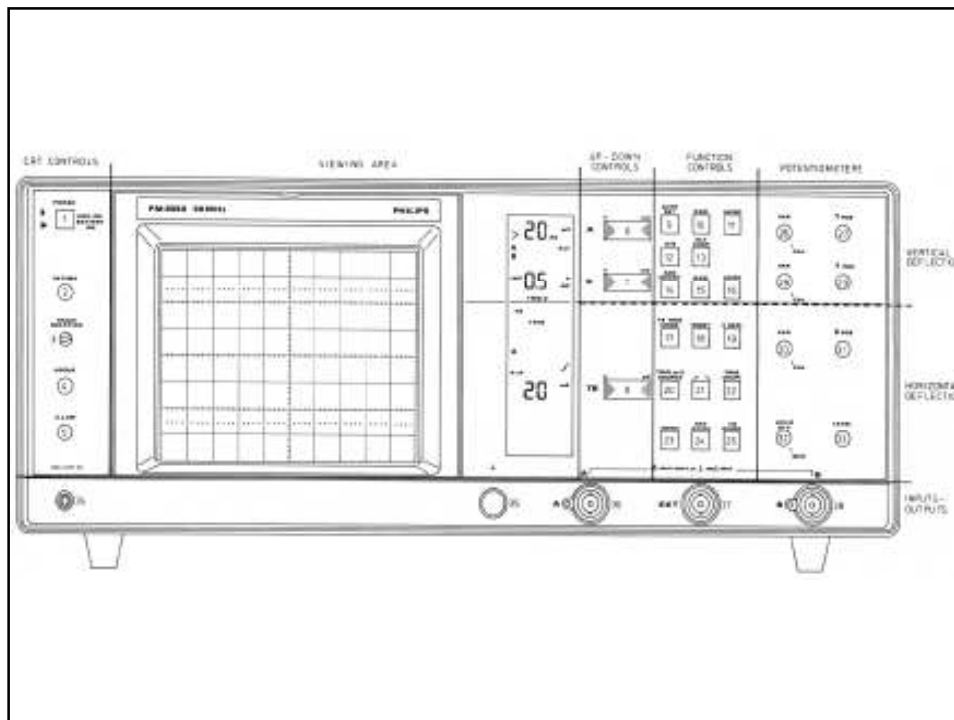
Vereinfachter Übersichtsplan eines Zweikanaloszilloskops



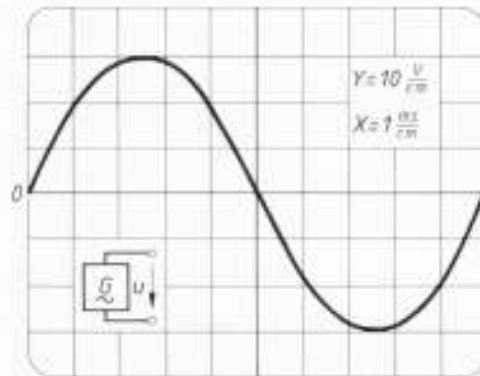








Bsp.: Mittels eines Messoszilloskops wurde das folgende Liniendiagramm einer sinusförmigen Wechselspannung ermittelt:



- Wie lautet die Funktionsgleichung der gezeigten Wechselspannung?
- Wie groß ist der Momentanwert der Wechselspannung zum Zeitpunkt  $t_1 = 1 \text{ ms}$ ?

Oszillogramm einer sinusförmigen Wechselspannung:

$$\text{Amplitude } \hat{u} = 3 \text{ cm} \cdot 10 \frac{\text{V}}{\text{cm}} = 30 \text{ V}$$

$$\text{Periodendauer } T = 10 \text{ cm} \cdot 1 \frac{\text{ms}}{\text{cm}} = 10 \text{ ms}$$

Lösung:

zu a)

Amplitude  $\hat{u}$  aus Liniendiagramm:

$$\hat{u} = 30 \text{ V}$$

Zeitgesetz  $f(t)$  aus Liniendiagramm:

$$f(t) = \sin(\omega t)$$

Funktionsgleichung:

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$$

$$u(t) = 30 \text{ V} \sin(\omega t)$$

zu b)

Rechengröße  $\omega$  aus Liniendiagramm:

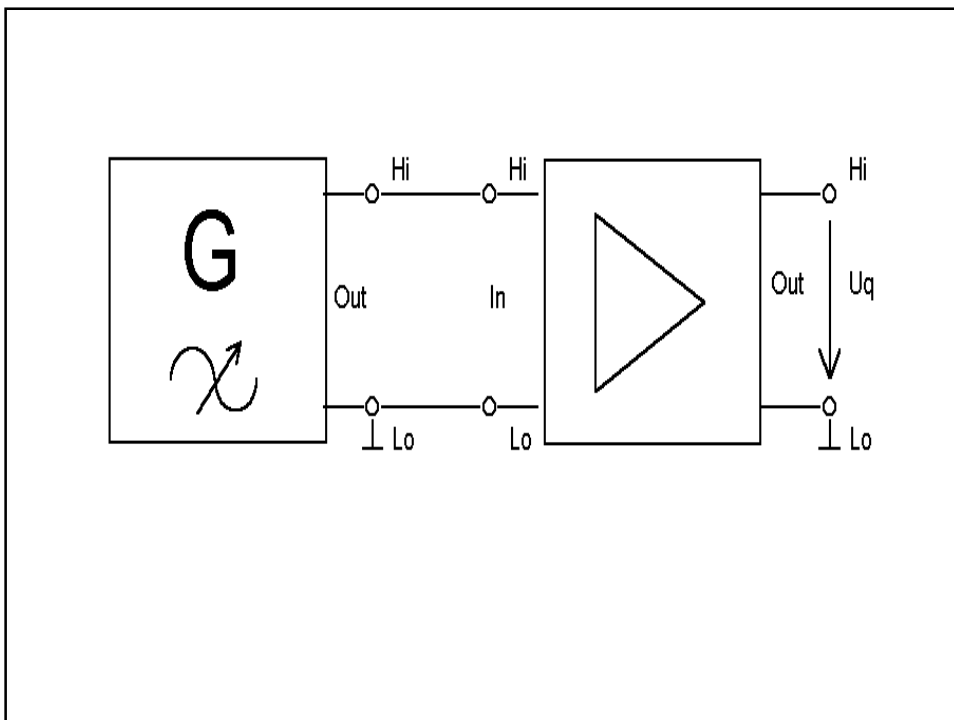
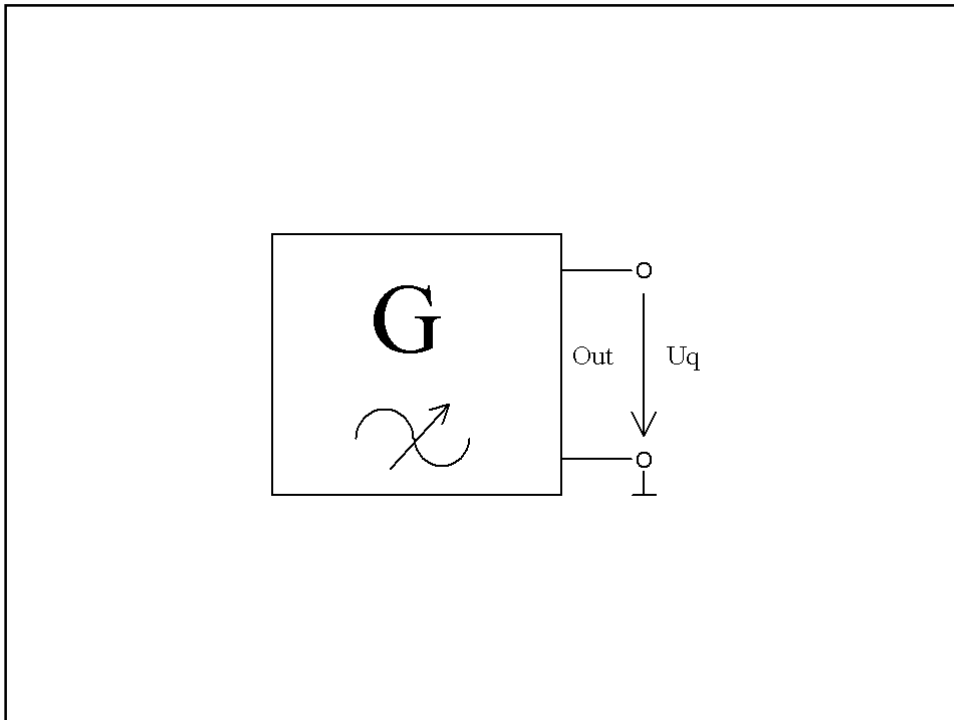
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10 \text{ ms}}$$

Momentanwert  $u(t_1)$ , d.h. Spannung  $u$  zum Zeitpunkt  $t_1$ :

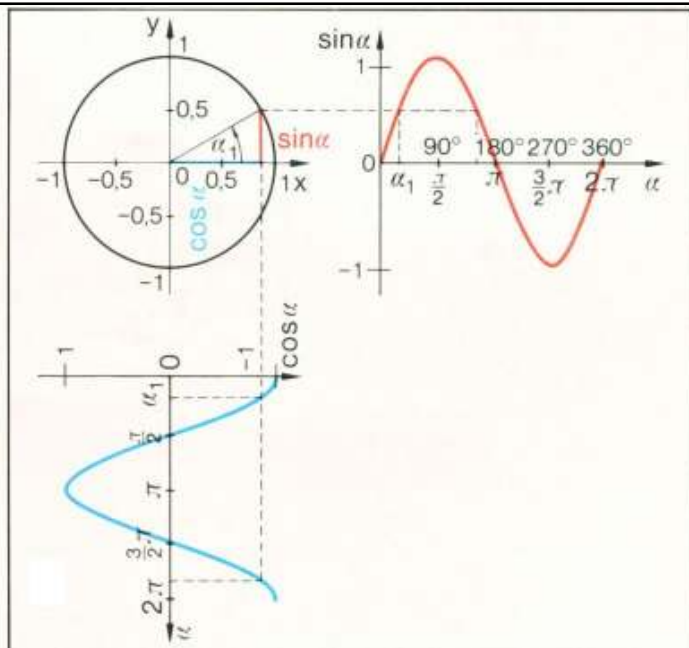
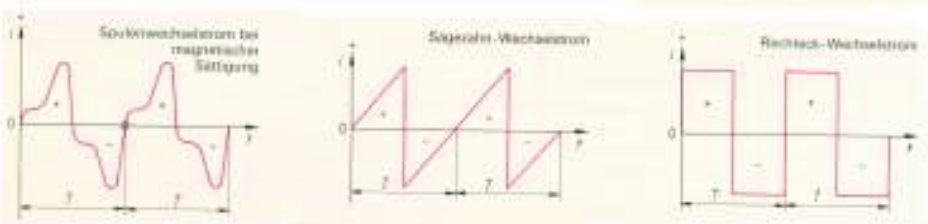
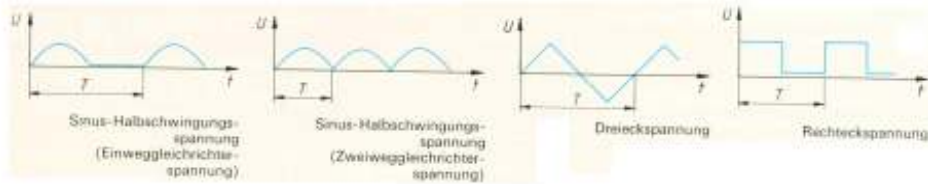
$$u(t_1) = 30 \text{ V} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{10 \text{ ms}} \cdot 1 \text{ ms}\right)$$

$$u(t_1) = 30 \text{ V} \cdot \sin(0,2\pi) = 17,63 \text{ V}$$



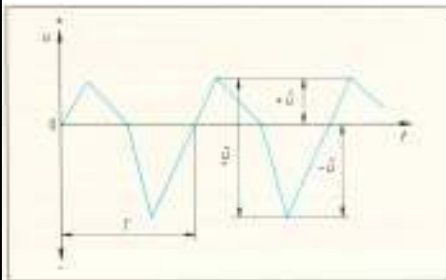


Nichtsinusförmige Wechselgrößen



Sinus- und Cosinuskurve

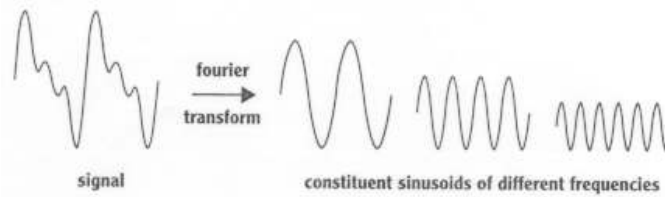
### Kennwerte nichtsinusförmiger Wechselgrößen



Kennwerte einer nichtsinusförmigen Spannung

Augenblickswert	$u$	$i$
positiver Größtwert (Höchstwert)	$\hat{u}$	$\hat{i}$
negativer Größtwert (Höchstwert)	$\hat{u}$	$\hat{i}$
Schwingungsbreite (Spitze-Spitze-Wert)	$\hat{u}$	$\hat{i}$
Periodendauer	$T$	$T$
Grundfrequenz oder 1. Harmonische	$f_1$	$f_1 = \frac{1}{T}$

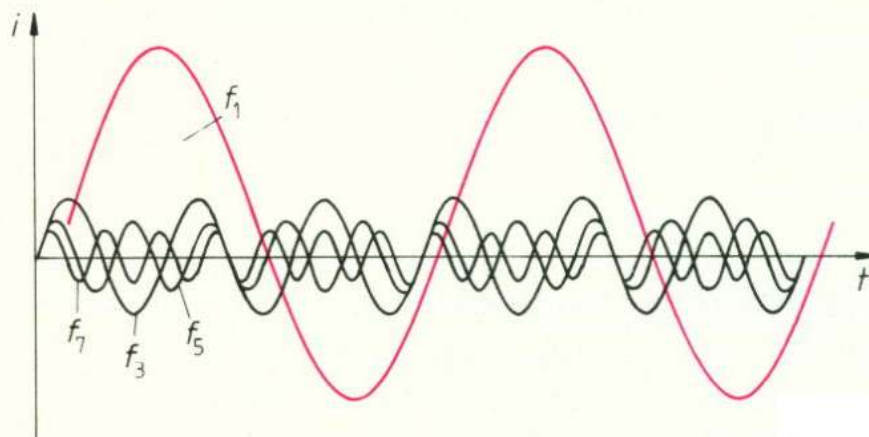
### Fourieranalyse:



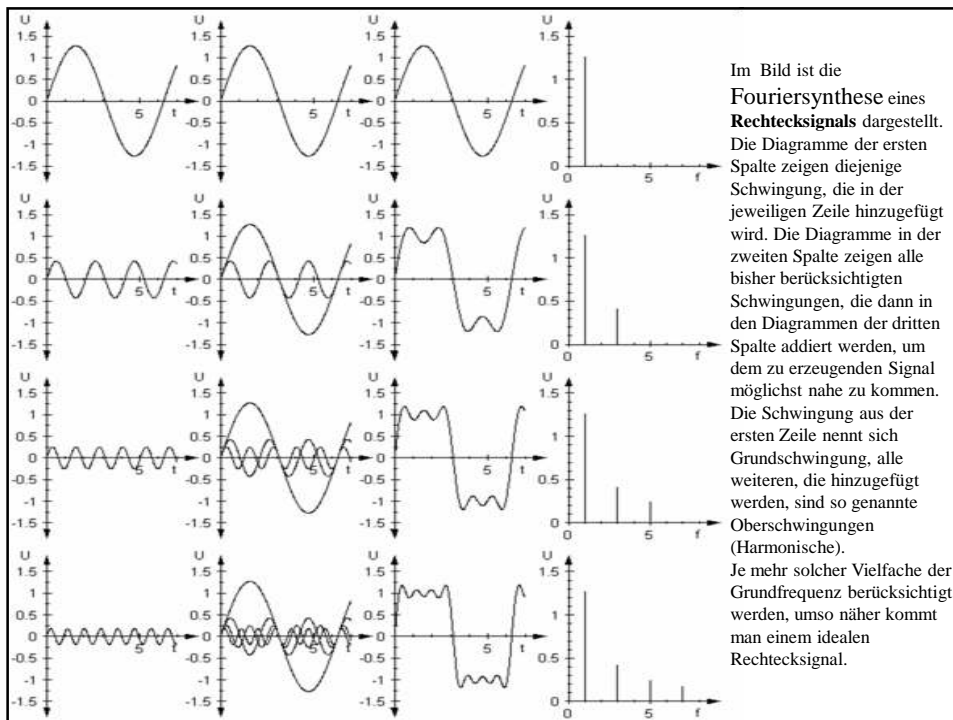
Darstellung aller (periodischer) Funktionen durch Überlagerung von Sinus- und Cosinusschwingungen und einem Gleichwertanteil.

### Fourieranalyse:

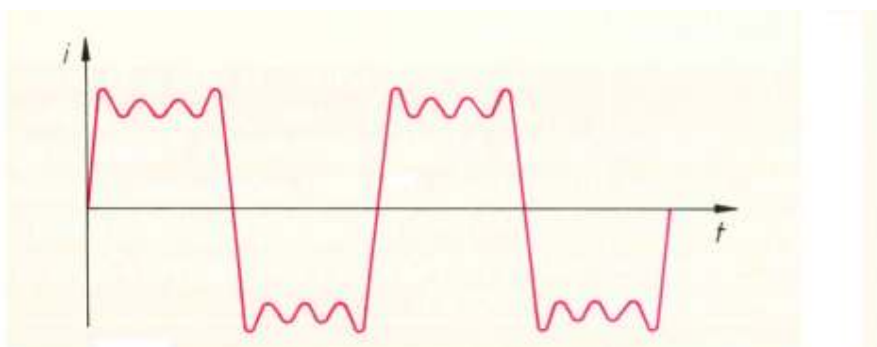
Darstellung aller periodischer Funktionen durch Überlagerung von Sinus- und Cosinusschwingungen und einem Gleichwertanteil.



Die Frequenzen sind dabei ganz zahlige Vielfache der Grundfrequenz  $f_1$  (-schwingung). Die Oberschwingungen (Harmonische) können die Frequenzen haben:  
 $f_2 = 2 \times f_1$ ;  $f_3 = 3 \times f_1$ ;  $f_4 = 4 \times f_1$  ....



Aus der Form einer nichtsinusförmigen Wechselgröße kann man entscheiden, ob bei der Überlagerung nur ungerad zahlige Vielfache oder auch gerad zahlige oder ob ein Gleichwertanteil das Bild bestimmen:



Rechteck-Wechselstrom aus Harmonischen  $f_1$ ,  $f_3$ ,  $f_5$  und  $f_7$



**Komplexwert harmonischer Schwingungen (DIN 5403 auf 40 (10))**

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos(n\omega t) + \sum b_n \sin(n\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum c_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$


Scheitwert der *m*-ten Oberschwingung:  $f_{m,ext} = f_m - c_m = \frac{1}{2} \sqrt{a_m^2 + b_m^2}$   
 Phasenlage der *m*-ten Oberschwingung:  $\varphi_m = \arctan(a_m / b_m) + \frac{\pi}{2}$   
 Periodendauer:  $T = 2\pi/\omega$   
 Kreisfrequenz der Grundschwingung:  $\omega = 2\pi/T$   
 Frequenz der Grundschwingung:  $f = \omega/2\pi = 1/T$   
 Frequenz der *m*-ten Oberschwingung:  $f_m = m\omega/2\pi = m/T$

Linear Mittelwert von  $f(t)$ :  $\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{a_0}{2}$   
 Gleichrichtwert von  $f(t)$ :  $|\bar{f}| = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt$   
 Effektivwert von  $f(t)$ :  $f_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}$


Schärfaktor von  $f(t)$ :  $s_c = f_{m,ext} / f_{eff}$   
 Formfaktor von  $f(t)$ :  $s_f = f_{m,ext} / \bar{f}$

**Besondere Funktionen**  
 Alle Formeln sind auf den Scheitwert  $f=1$  bezogen.

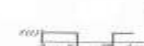
**Einseitig-Gleichrichter**  
 $f(t) = \sin(\omega t)$  für  $0 \leq \omega t \leq \pi$ ;  $f(t) = 0$  für  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$   
 $\bar{f} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{1.57} \cos(2\omega t) + \frac{1}{3.53} \cos(4\omega t) + \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 0.3183$ ;  $f_{m,ext} = 0.5$ ;  $s_c = 2$ ;  $s_f = 1.5708$




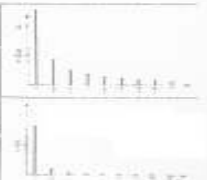
**Doppelt-Gleichrichter**  
 $f(t) = \sin(\omega t)$  für  $0 \leq \omega t \leq \pi$ ;  $f(t) = -\sin(\omega t)$  für  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$   
 $\bar{f} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{4}{\pi} \left( \frac{1}{1.57} \cos(2\omega t) + \frac{1}{3.53} \cos(4\omega t) + \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 0.6366$ ;  $f_{m,ext} = 0.7071$ ;  $s_c = 1.4142$ ;  $s_f = 1.2107$



**Kocher-Schwingung**  
 $f(t) = 1$  für  $0 \leq \omega t \leq \pi$ ;  $f(t) = -1$  für  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$   
 $\bar{f} = \frac{2}{\pi} \left( \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 1$ ;  $f_{m,ext} = 1$ ;  $s_c = 1$ ;  $s_f = 1$



**Dreieckschwingung**  
 $f(t) = \frac{2}{\pi} \omega t$  für  $-\frac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2}$ ;  $f(t) = \frac{2}{\pi} (\pi - \omega t)$  für  $\frac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{3\pi}{2}$   
 $\bar{f} = \frac{8}{\pi^2} \left( \sin(\omega t) - \frac{1}{9} \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \sin(5\omega t) - \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 0.2880$ ;  $f_{m,ext} = 0.5774$ ;  $s_c = 1.7321$ ;  $s_f = 1.1547$

**Komplexwert harmonischer Schwingungen (DIN 5403 auf 40 (10))**

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos(n\omega t) + \sum b_n \sin(n\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum c_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

Scheitwert der *m*-ten Oberschwingung:  $f_{m,ext} = f_m - c_m = \frac{1}{2} \sqrt{a_m^2 + b_m^2}$   
 Phasenlage der *m*-ten Oberschwingung:  $\varphi_m = \arctan(a_m / b_m) + \frac{\pi}{2}$   
 Periodendauer:  $T = 2\pi/\omega$   
 Kreisfrequenz der Grundschwingung:  $\omega = 2\pi/T$   
 Frequenz der Grundschwingung:  $f = \omega/2\pi = 1/T$   
 Frequenz der *m*-ten Oberschwingung:  $f_m = m\omega/2\pi = m/T$


Linear Mittelwert von  $f(t)$ :  $\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{a_0}{2}$   
 Gleichrichtwert von  $f(t)$ :  $|\bar{f}| = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt$   
 Effektivwert von  $f(t)$ :  $f_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}$

Schärfaktor von  $f(t)$ :  $s_c = f_{m,ext} / f_{eff}$   
 Formfaktor von  $f(t)$ :  $s_f = f_{m,ext} / \bar{f}$


**Besondere Funktionen**  
 Alle Formeln sind auf den Scheitwert  $f=1$  bezogen.

**Einseitig-Gleichrichter**


$f(t) = \sin(\omega t)$  für  $0 \leq \omega t \leq \pi$ ;  $f(t) = 0$  für  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$   
 $\bar{f} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{1.57} \cos(2\omega t) + \frac{1}{3.53} \cos(4\omega t) + \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 0.3183$ ;  $f_{m,ext} = 0.5$ ;  $s_c = 2$ ;  $s_f = 1.5708$




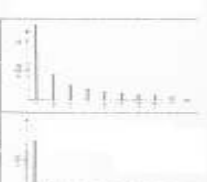
**Doppelt-Gleichrichter**  
 $f(t) = \sin(\omega t)$  für  $0 \leq \omega t \leq \pi$ ;  $f(t) = -\sin(\omega t)$  für  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$   
 $\bar{f} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{4}{\pi} \left( \frac{1}{1.57} \cos(2\omega t) + \frac{1}{3.53} \cos(4\omega t) + \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 0.6366$ ;  $f_{m,ext} = 0.7071$ ;  $s_c = 1.4142$ ;  $s_f = 1.2107$

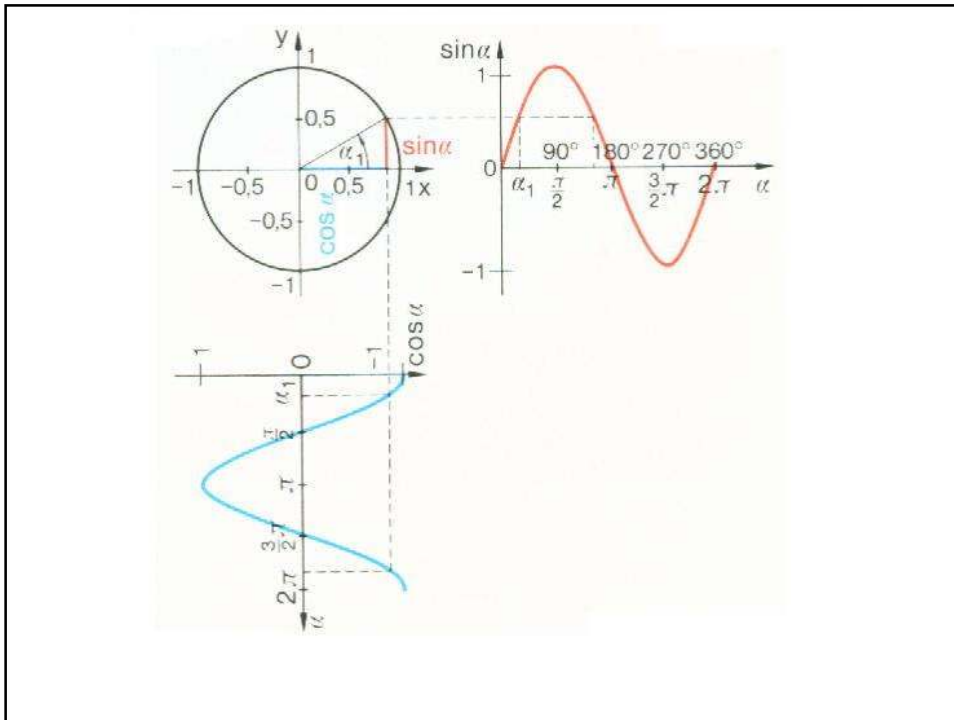


**Kocher-Schwingung**  
 $f(t) = 1$  für  $0 \leq \omega t \leq \pi$ ;  $f(t) = -1$  für  $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$   
 $\bar{f} = \frac{2}{\pi} \left( \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 1$ ;  $f_{m,ext} = 1$ ;  $s_c = 1$ ;  $s_f = 1$










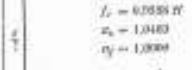
**Dreieckschwingung**  
 $f(t) = \frac{2}{\pi} \omega t$  für  $-\frac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2}$ ;  $f(t) = \frac{2}{\pi} (\pi - \omega t)$  für  $\frac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{3\pi}{2}$   
 $\bar{f} = \frac{8}{\pi^2} \left( \sin(\omega t) - \frac{1}{9} \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \sin(5\omega t) - \dots \right)$   
 $|\bar{f}| = 0.2880$ ;  $f_{m,ext} = 0.5774$ ;  $s_c = 1.7321$ ;  $s_f = 1.1547$



**KURZE UND GROSSE REIHEN**

Spezialfall mit gleichem wichtiger Funktionen  
Gleichheitsfunktionen

Reihenformel, Gleichung	Charakteristische Werte, Gleichheitsgraph
<p><b>Kosus</b></p>  $f(x) = \frac{H}{2} + \frac{H}{2} \cos x = \frac{3H}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-(-1)^n}{n^2-1} \cos nx$	 <p> <math>f_0 = 0,3183 H</math>  <math>f_1 = 0,2890 H</math>  <math>\sigma_1 = 2,0980</math>  <math>\sigma_2 = 1,6788</math> </p>
<p><b>Sinus</b></p>  $f(x) = \frac{2H}{\pi} = \frac{4H}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-(-1)^n}{n^2-1} \sin nx$	 <p> <math>f_0 = 0,6306 H</math>  <math>f_1 = 0,5071 H</math>  <math>\sigma_1 = 1,9147</math>  <math>\sigma_2 = 1,1107</math> </p>
<p><b>3/4-Kosus</b></p>  $f(x) = \frac{3}{4} \frac{H}{2} = \frac{3}{8} H = \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-(-1)^n}{n^2-1} \cos nx$	 <p> <math>f_0 = 0,0278 H</math>  <math>f_1 = 0,9407 H</math>  <math>\sigma_1 = 1,1889</math>  <math>\sigma_2 = 1,0168</math> </p>
<p><b>3/4-Sinus</b></p>  $f(x) = \frac{3}{4} \frac{H}{2} = \frac{3}{8} H = \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-(-1)^n}{n^2-1} \sin nx$	 <p> <math>f_0 = 0,0549 H</math>  <math>f_1 = 0,9889 H</math>  <math>\sigma_1 = 1,0483</math>  <math>\sigma_2 = 1,0009</math> </p>

**Frequenzkompensierter Spannungsteiler (Tastkopf)**

Der Eingangswiderstand heutiger Oszilloskope liegt häufig bei  $1\text{M}\Omega$ . Die parallel liegende Eingangskapazität ist etwa  $25\text{-}30\text{ pF}$  groß. Dieses bedeutet aber, dass das Eingangssignal hoher Frequenzen beeinflusst wird. Besonders störend ist dieses bei Spannungsimpulsen. Durch einen frequenzkompensierten Spannungsteiler kann dieser Messfehler ausgeglichen werden.

**Schaltung:**

Der Tastkopf mit der Anschlussleitung und die Eingangskapazität des Oszilloskopes bilden einen frequenzabhängigen Spannungsteiler. Mit einem Rechtecksignal eines Generators wird der Kondensator  $C$ , solange verändert, bis das Rechtecksignal optimal abgebildet ist (keine erkennbaren Verzerrungen). Das Verhältnis von Eingangs- zu Ausgangsspannung bestimmt das Spannungsteilerverhältnis.