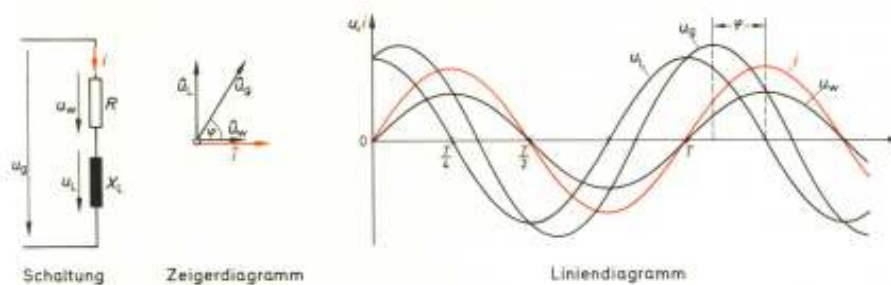


## Grundsaltungen im Wechselstromkreis

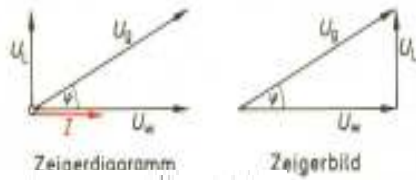
1. Reihenschaltung von Wirkwiderstand und idealer Induktivität
2. Reihenschaltung von Wirkwiderstand und idealer Kapazität
3. Parallelschaltung von Wirkwiderstand und idealer Induktivität
4. Parallelschaltung von Wirkwiderstand und idealer Kapazität
5. RCL-Reihenschaltungen
6. RCL-Parallelschaltungen
7. Realer Kondensator
8. Reale Spule

### 1. Reihenschaltung aus Wirkwiderstand $R$ und induktivem Blindwiderstand $X_L$ :



#### Auswertung:

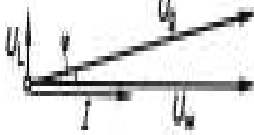
- der Strom  $i$  ( $I$ ) ist in Phase mit der Spannung  $u_w$  ( $U_w$ ) → der Phasenwinkel zwischen der Spannung am Wirkwiderstand und dem Strom ist Null →  $\varphi = 0^\circ$
- der Phasenwinkel zwischen der Gesamtspannung  $u_g$  ( $U_g$ ) und dem Strom  $i$  ( $I$ ) ist kleiner  $90^\circ$  →  $\varphi < 90^\circ$
- $u_g$  eilt  $i$  voraus
- der Phasenwinkel zwischen der Spannung  $u_L$  ( $U_L$ ) und dem Strom  $i$  ( $I$ ) ist  $90^\circ$  →  $\varphi = 90^\circ$   $u_L$   
eilt  $i$  um  $90^\circ$  voraus

**Zeigerdiagramme und -bilder:**

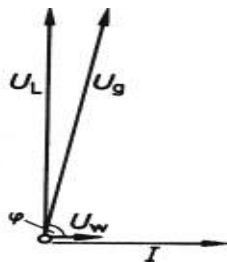
Berechnungen:

$$U_g^2 = U_w^2 + U_L^2 \quad U_g = \sqrt{U_w^2 + U_L^2}$$

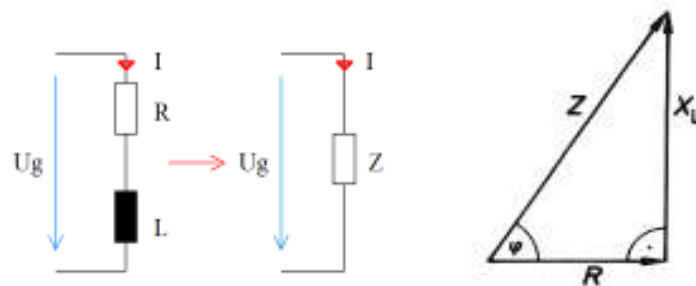
$$\cos \varphi = \frac{U_w}{U_g} \quad \rightarrow \sin \varphi = \frac{U_L}{U_g} \quad \rightarrow \tan \varphi = \frac{U_L}{U_w}$$

**Auswertung:**

- > zeigt die Abhängigkeit des Phasenwinkels  $\varphi$  von der Gesamtspannung  $U_g$  und des Stromes  $I$
- >  $\varphi$  ist abhängig von Verhältnis des Wirkwiderstandes  $R$  zum Blindwiderstand  $X_L$
- >  $\rightarrow R > X_L (U_w > U_L) \rightarrow \varphi \downarrow \rightarrow 0^\circ \rightarrow$  es wirkt nur noch der reine Wirkwiderstand  $R$



- >  $\rightarrow R < X_L (U_w < U_L) \rightarrow \varphi \uparrow \rightarrow 90^\circ \rightarrow$  es wirkt nur noch der reine Blindwiderstand  $X_L$

**Scheinwiderstand Z (Impedanz)**

Berechnungen:

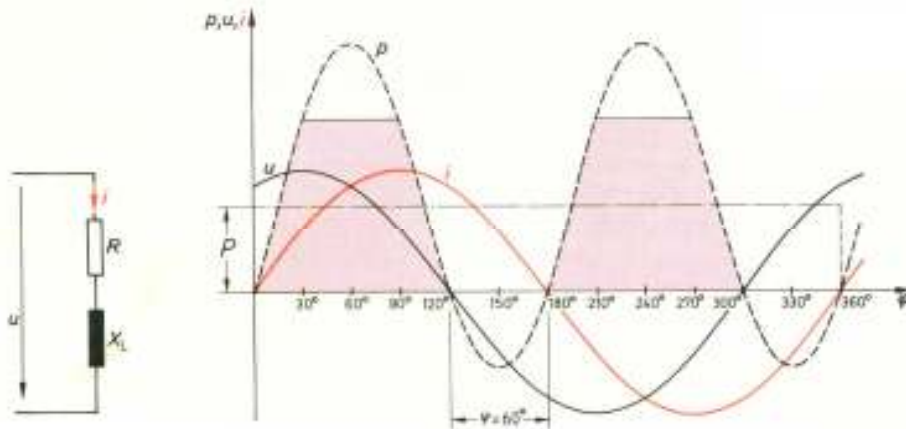
$$\text{Scheinwiderstand: } Z = \frac{U_g}{I}$$

$$\text{Wirkwiderstand: } R = \frac{U_w}{I}$$

$$\text{Blindwiderstand: } X_L = \frac{U_L}{I}$$

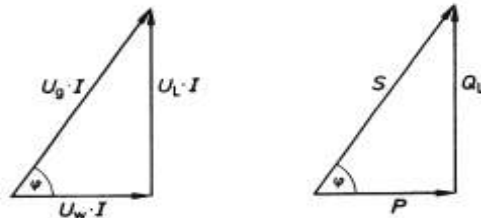
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \quad \tan \varphi = \frac{X_L}{R}$$

### Scheinleistung $S \rightarrow S = U \cdot I$ [VA]



#### Auswertung:

- in der Reihenschaltung von  $R$  und  $X_L$  entsteht sowohl Wirk-  $[P]$  als auch Blindleistung  $[Q_L]$
- das Produkt aus  $U$  und  $I$  (Effektivwerte) ist die Scheinleistung  $[S]$ , in der  $P$  und  $Q_L$  enthalten sind
- Praktische Bedeutung erhält die Scheinleistung im Zusammenhang mit der Auslegung von Leiterquerschnitten bei Transformatoren und Generatoren in der Energietechnik
- die Augenblickswerte verlaufen sowohl oberhalb ( $u$  und  $i$  haben gleiche Richtung) als auch unterhalb der Zeitachse ( $u$  und  $i$  haben entgegengesetzte Richtung)
- es werden Wirk- und Blindarbeit verrichtet



#### Berechnungen:

$$\text{Wirkleistung : } P = U_w \cdot I \text{ [W]}$$

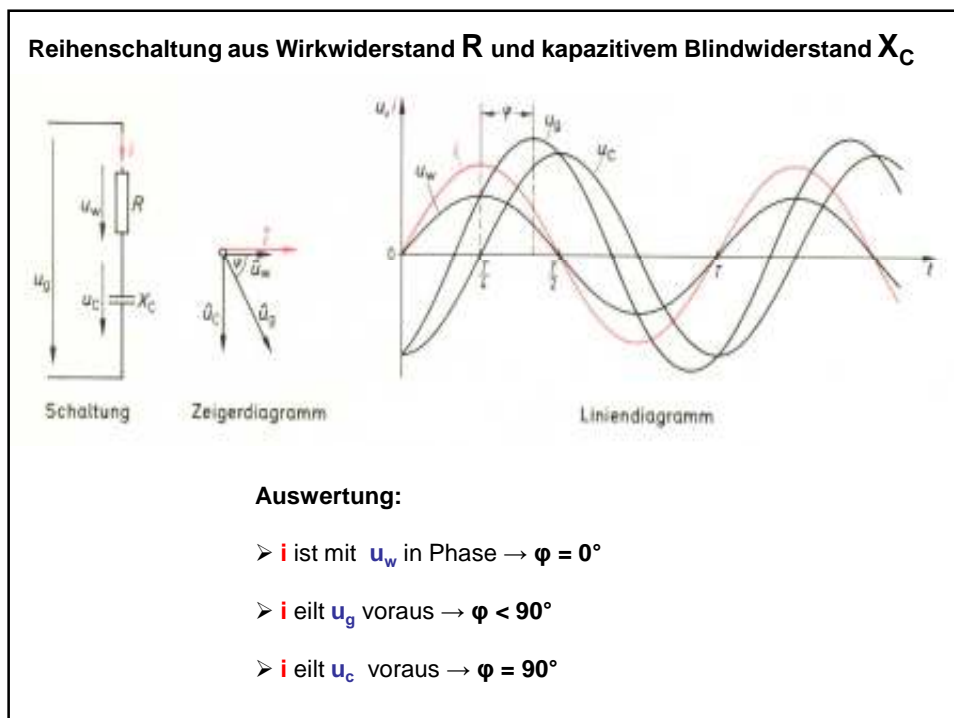
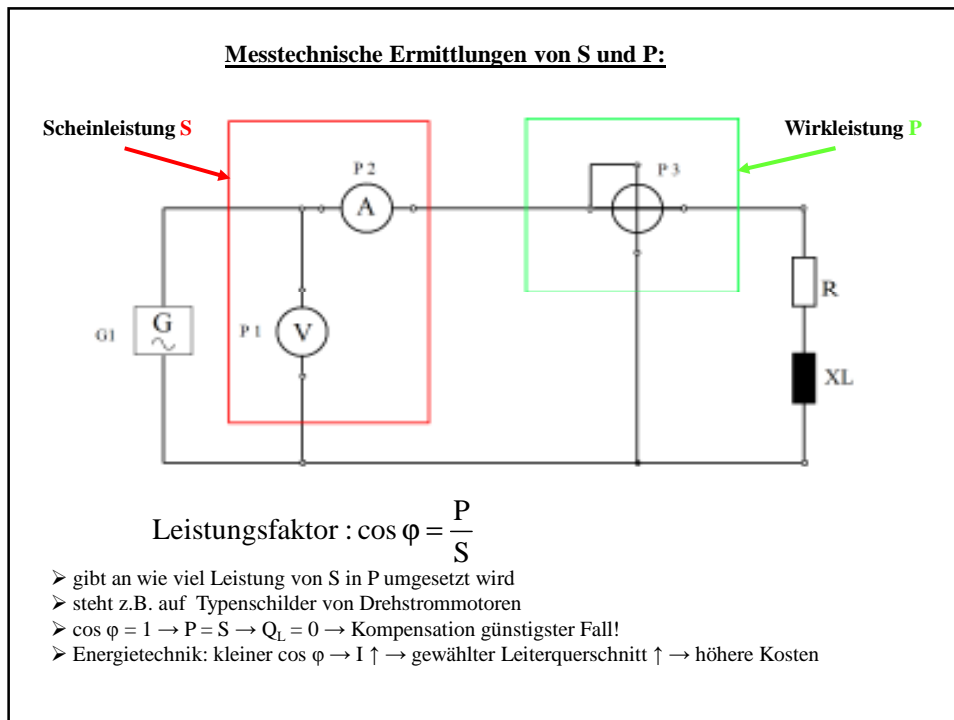
$$\text{Blindleistung : } Q_L = U_L \cdot I \text{ [var]}$$

$$\text{Scheinleistung : } S = U_g \cdot I \text{ [VA]}$$

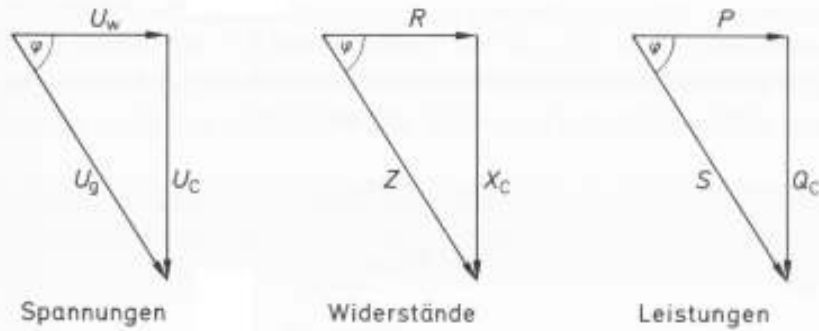
$$S^2 = P^2 + Q_L^2 \quad S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad \sin \varphi = \frac{Q_L}{S} \quad \tan \varphi = \frac{Q_L}{P}$$

$$S = U_g \cdot I \quad P = U_g \cdot I \cdot \cos \varphi \quad Q_L = U_g \cdot I \cdot \sin \varphi$$



### Reihenschaltung aus Wirkwiderstand $R$ und kapazitivem Blindwiderstand $X_C$



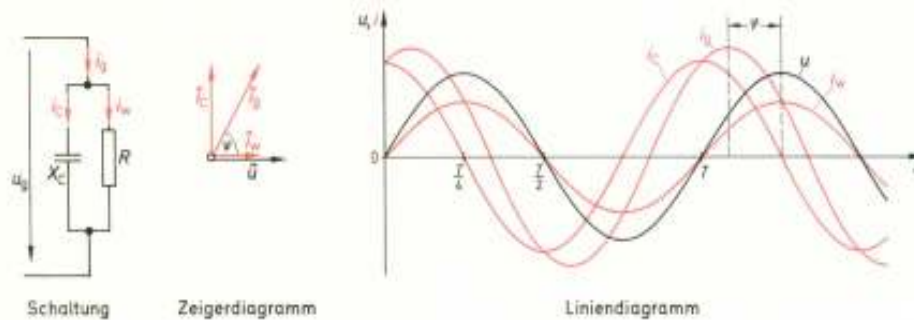
$$U_g = \sqrt{U_w^2 + U_c^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{U_w}{U_g} = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$$

### Parallelschaltung aus Wirkwiderstand $R$ und kapazitivem Blindwiderstand $X_C$



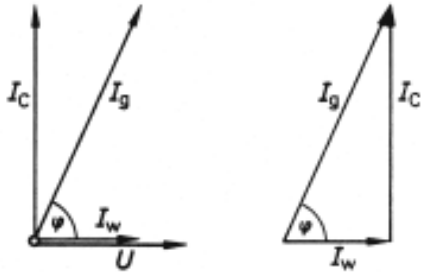
#### Auswertung:

$i_w$  ist mit  $u_g$  in Phase  $\rightarrow \varphi = 0^\circ$

$i_g$  eilt  $u_g$  voraus  $\rightarrow \varphi < 90^\circ$

$i_c$  eilt  $u_g$  voraus  $\rightarrow \varphi = 90^\circ$

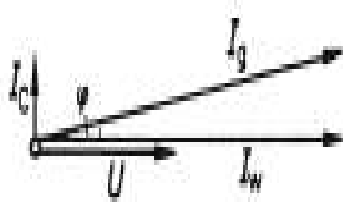
### Parallelschaltung aus Wirkwiderstand $R$ und kapazitivem Blindwiderstand $X_C$



Berechnungen:

$$I_g^2 = I_w^2 + I_C^2 \rightarrow I_g = \sqrt{I_w^2 + I_C^2}$$

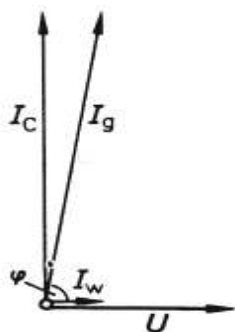
$$\cos \varphi = \frac{I_w}{I_g} \quad \sin \varphi = \frac{I_C}{I_g} \quad \tan \varphi = \frac{I_C}{I_w}$$



#### Auswertung:

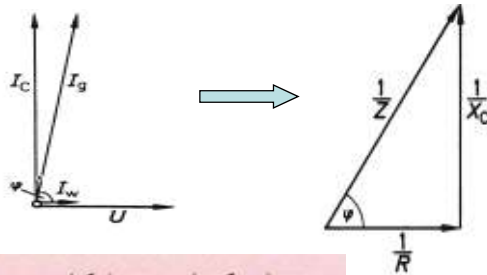
- zeigt die Abhängigkeit des Phasenwinkels  $\varphi$  von dem Gesamtstrom  $I_g$  und der Spannung  $U$
- $\rightarrow \varphi$  ist abhängig von Verhältnis des Wirkwiderstandes  $R$  zum Blindwiderstand  $X_C$
- $\rightarrow X_C > R$  ( $I_C < I_w$ )  $\rightarrow \varphi \downarrow \rightarrow 0^\circ \rightarrow$  es wirkt nur noch der reine Wirkwiderstand  $R$

### Parallelschaltung aus Wirkwiderstand $R$ und kapazitivem Blindwiderstand $X_C$



- $\rightarrow X_C < R$  ( $I_C > I_w$ )  $\rightarrow \varphi \uparrow \rightarrow 90^\circ$
- $\rightarrow$  es wirkt nur noch der reine Blindwiderstand  $X_C$

Parallelschaltung aus Wirkwiderstand  $R$  und kapazitivem Blindwiderstand  $X_C$



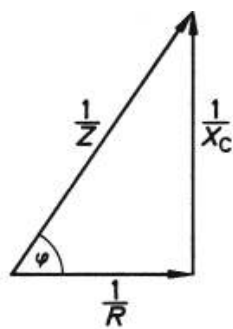
$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$$\sin \varphi = -\frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{Z}} = -\frac{Z}{X_C}$$

Parallelschaltung aus Wirkwiderstand  $R$  und kapazitivem Blindwiderstand  $X_C$



Wirkleitwert  $G = \frac{1}{R}$

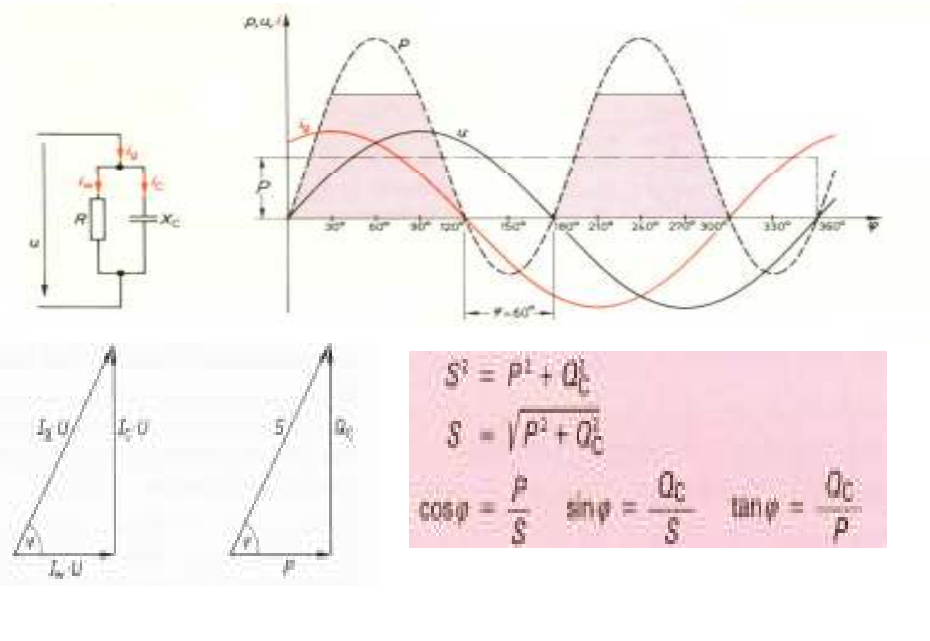
Blindleitwert  $B_C = \frac{1}{X_C}$

Scheinleitwert  $Y = \frac{1}{Z}$  (Admittanz)

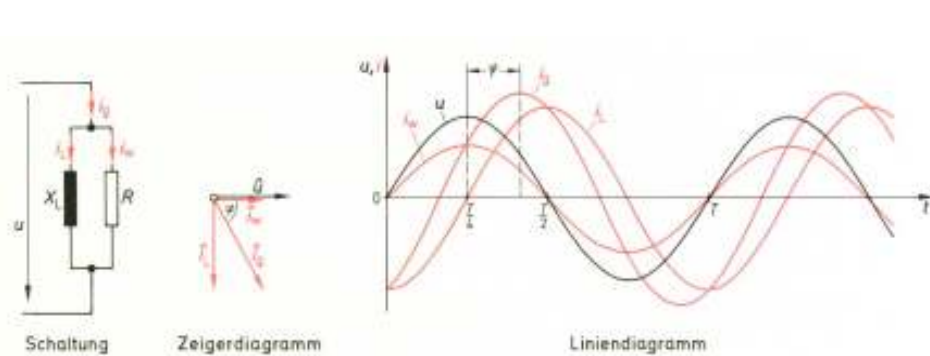
$$Y = \frac{I_g}{U}$$

$$Y^2 = G^2 + B_C^2 \rightarrow Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$$

**Parallelschaltung aus Wirkwiderstand R und kapazitivem Blindwiderstand X<sub>C</sub>**



**Parallelschaltung aus Wirkwiderstand R und induktivem Blindwiderstand X<sub>L</sub>**



**Auswertung:**

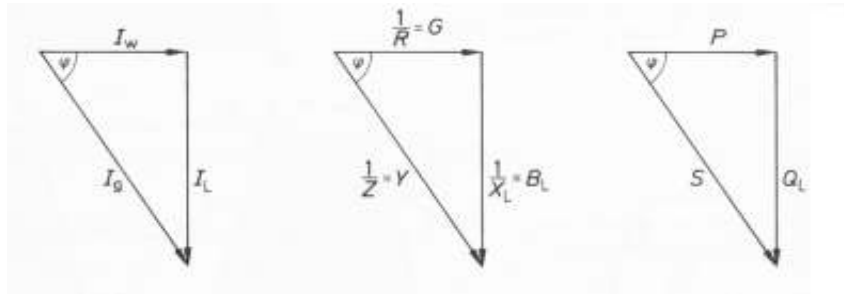
$i_w$  ist mit  $u_g$  in Phase  $\rightarrow \varphi = 0^\circ$

$i_g$  eilt  $u_g$  nach  $\rightarrow \varphi < -90^\circ$

$i_L$  eilt  $u_g$  nach  $\rightarrow \varphi = -90^\circ$



### Parallelschaltung aus Wirkwiderstand $R$ und induktivem Blindwiderstand $X_L$



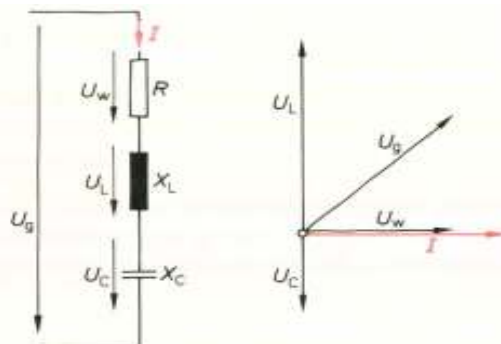
$$I_g = \sqrt{I_w^2 + I_L^2}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{I_w}{I_g} = \frac{G}{Y} = \frac{P}{S}$$

### Reihenschaltung aus Wirkwiderstand $R$ , induktivem Blindwiderstand $X_L$ und kapazitivem Blindwiderstand $X_C$ (RLC-Reihenschaltung):

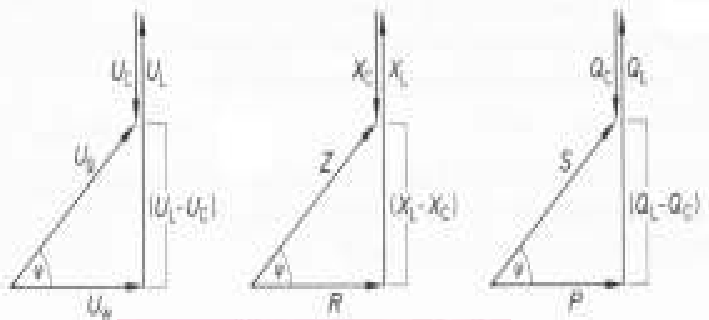


Auswertung:

- $U_L$  und  $U_C$  sind phasenverschoben  $\varphi = 180^\circ$
- $U_L > U_C \rightarrow X_L > X_C$  (Reihenschaltung!)

Gesamte Schaltung hat ein induktives Verhalten

### Reihenschaltung aus R, $X_L$ und $X_C$ , RLC-Reihenschaltung



$$U_g = \sqrt{U_w^2 + (U_L - U_C)^2}$$

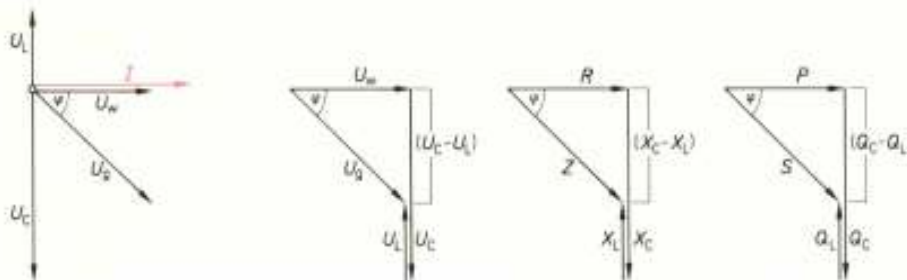
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{U_w}{U_g} = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$$

**Gesamte Schaltung hat ein induktives Verhalten**

### Reihenschaltung aus R, $X_L$ und $X_C$ , Zeigerdiagramm und Zeigerbilder



Auswertung:

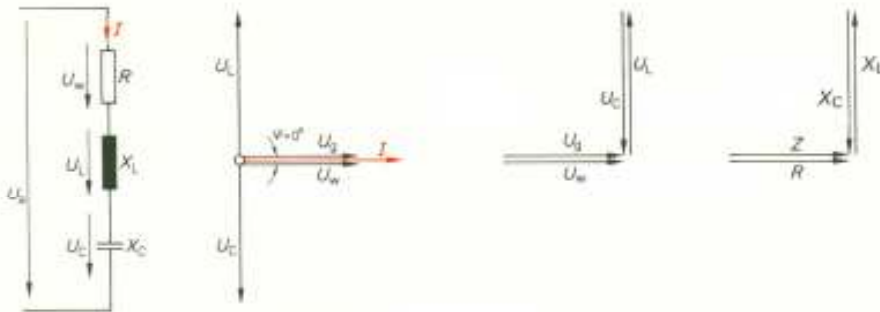
$$\text{> } U_L < U_C \rightarrow X_L < X_C$$

**Gesamte Schaltung hat ein kapazitives Verhalten**

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$$

Induktive und kapazitive Blindwiderstände haben entgegengesetzte Wirkungen hinsichtlich der Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen der Gesamtspannung  $U_g$  und dem Strom  $I$ .

### Reihenresonanz (Spannungsresonanz)



#### Auswertung:

- $U_L = U_C \rightarrow X_L = X_C$
- **Zustand der Resonanz**

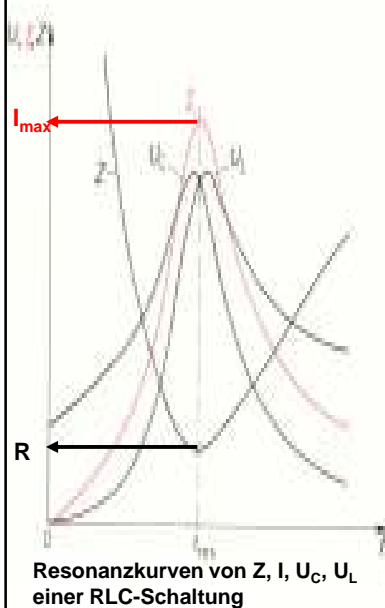
$$U_L = U_C$$

$$U_g = U_w$$

$$Z = R$$

$$\varphi = 0^\circ$$

### Reihenresonanz (Spannungsresonanz)

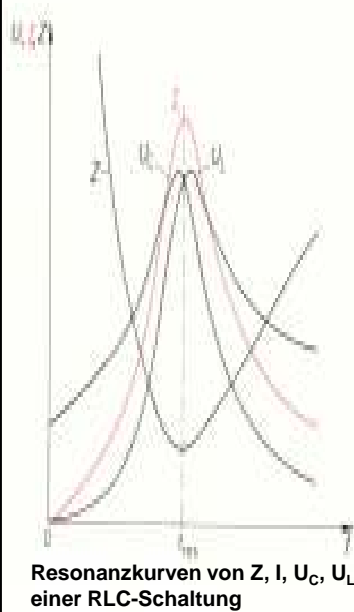


#### Auswertung:

- Bei der Resonanzfrequenz  $f_{res}$  ( $f_0$ ) ist der Scheinwiderstand  $Z$  gleich dem ohmschen Widerstand  $R$  und nimmt dabei den kleinsten Wert an,
- der Strom  $I$  nimmt sein Maximum an.
- Bei einer RLC - Reihenschaltung können im Resonanzfall die Blindspannungen  $U_C$  und  $U_L$  sehr hohe (extreme) Werte annehmen.
- Die Blindspannungen können die Gesamtspannung dabei um ein Vielfaches übersteigen (Spannungsüberhöhung!!!).

**Thomsonsche  
Schwingungsformel**

### Reihenresonanz (Spannungsresonanz)



Thomsonsche Schwingungsformel

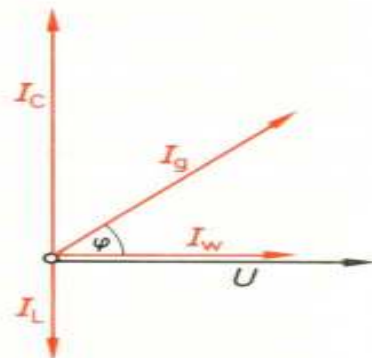
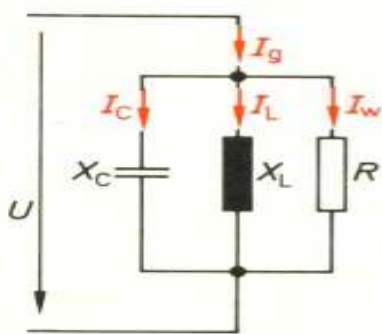
$U_L = U_C \rightarrow X_L = X_C$  (Zustand der Resonanz)

$$X_L = X_C$$

$$2 \cdot \pi \cdot f_{\text{res}} \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_{\text{res}} \cdot C}$$

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

### RLC-Parallelschaltung, Schaltung und Zeigerdiagramm

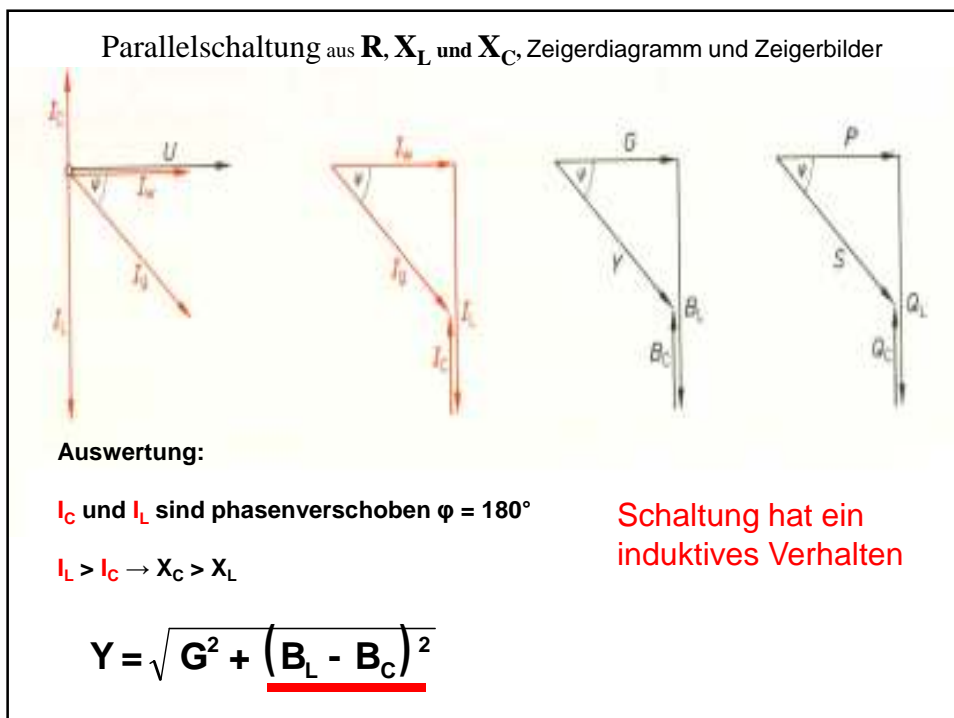
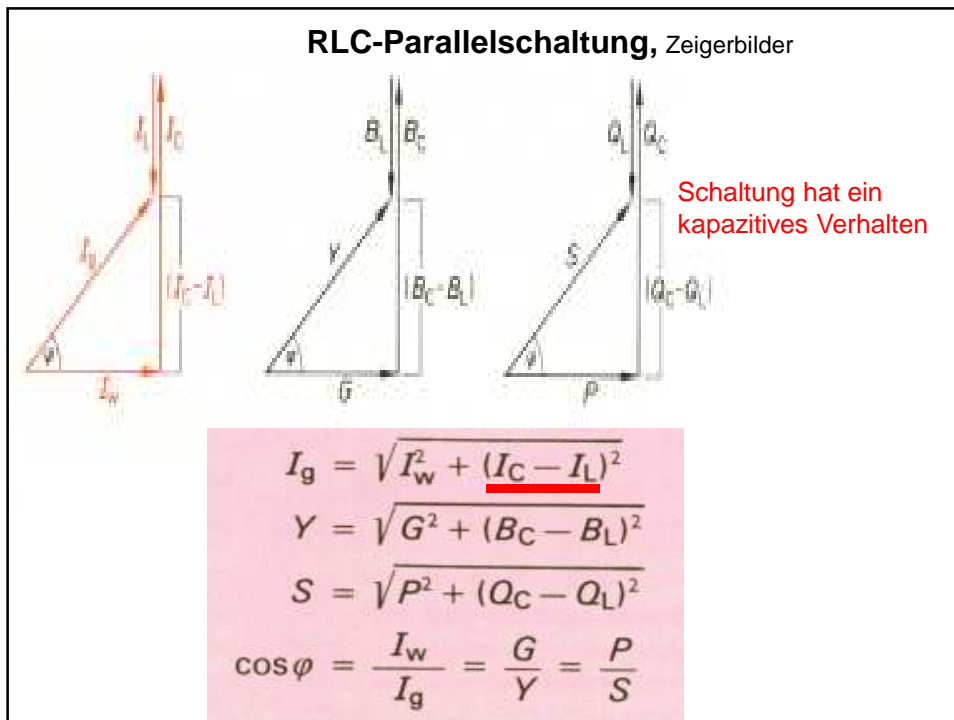


Auswertung:

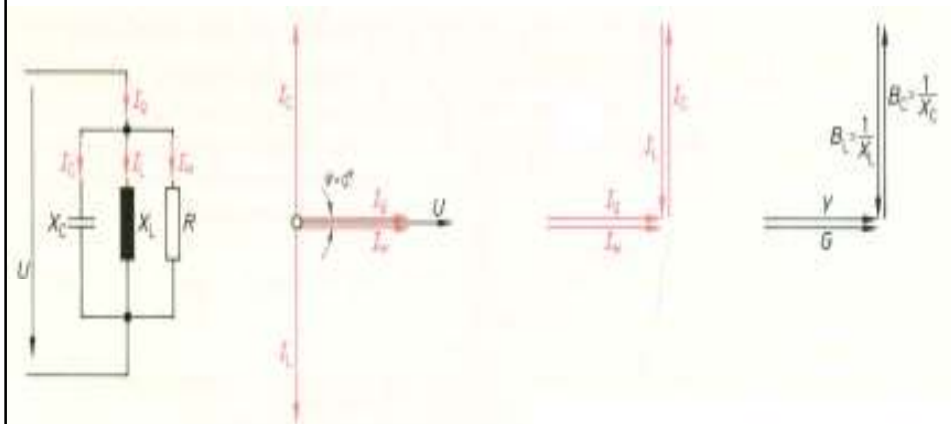
$I_C$  und  $I_L$  sind phasenverschoben  $\varphi = 180^\circ$

$I_C > I_L \rightarrow X_C < X_L$  (Parallelschaltung!)

Schaltung hat ein kapazitives Verhalten



### Parallelresonanz (Stromresonanz)



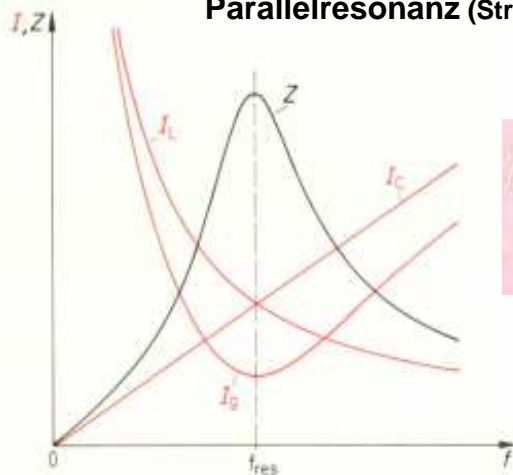
Auswertung:

$I_C = I_L \rightarrow X_C = X_L$   
Zustand der  
Resonanz



$$\begin{aligned} I_C &= I_L & Z &= R \\ I_G &= I_W & \varphi &= 0^\circ \end{aligned}$$

### Parallelresonanz (Stromresonanz)



$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Auswertung:

- bei  $f_{\text{res}}$  ( $f_0$ ) ist  $Z = R$  (Resonanzwiderstand) am Größten,
- daher ist der Strom **I** am kleinsten!  
→ **Stromminimum**

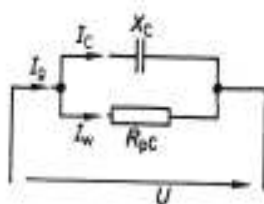
Eine Parallelschaltung aus  $R$ ,  $X_L$  und  $X_C$  wirkt bei Resonanz wie ein Wirkwiderstand. Der Gesamtstrom in den Zuleitungen entspricht dem Strom im Wirkwiderstand. Er ist mit der angelegten Spannung in Phase.

In einer RLC-Parallelschaltung können bei Resonanz die Blindströme sehr hohe Werte annehmen.

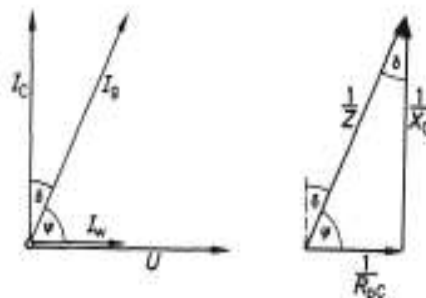
Die Blindströme können den Gesamtstrom dabei um ein Vielfaches übersteigen (Stromüberhöhung).

### Realer (technischer) Kondensator

- verrichtet nicht nur Blindarbeit sondern auch Wirkarbeit    ⇒ ist nicht verlustfrei
- geringere elektrische Leitfähigkeit des Dielektrikums        ⇒ endlicher Isolationswiderstand
- Umpolarisierung der Moleküldipole des Dielektrikums        ⇒ dielektrische Verluste
- Widerstand der Zuleitung und der Kondensatorplatten



Ersatzschaltbild



$$\delta = 90^\circ - \varphi \quad \rightarrow \quad \varphi = 90^\circ - \delta$$

$\delta$  = Verlustwinkel,

$\tan \delta = d$  (der Tangens des Verlustwinkels wird als Verlustfaktor  $d$  bezeichnet)

### Realer (technischer) Kondensator

$\delta$  = Verlustwinkel,  
 $\tan \delta = d$  (der Tangens des Verlustwinkels wird als  
 Verlustfaktor  $d$  bezeichnet)

**Verlustfaktor  $d$ :**

$$d = \tan \delta = \frac{G_p}{B_C} = \frac{X_C}{R_p} = \frac{1}{Q_C}$$

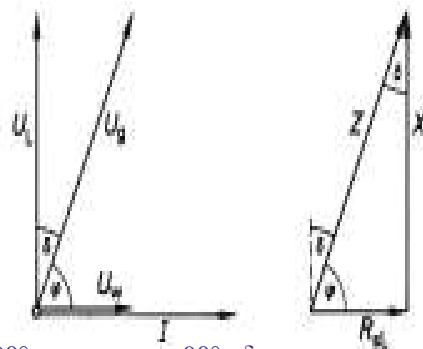
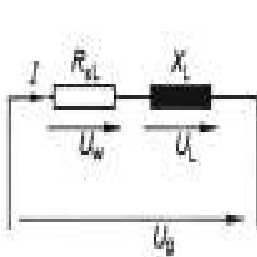
**Gütefaktor  $Q$ :**

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{R_p}{X_C} = R_p \cdot \omega \cdot C$$

Der Gütefaktor ist um so größer, je kleiner die Verluste des Kondensators sind.  
 Die Verluste können meist vernachlässigt werden  $\Rightarrow$   **$C$  wird als reiner  $X_C$  aufgefasst.**

### Reale (technische) Spule

**Kupferverluste**  $\Rightarrow$  Stromerwärmung der Wicklung und Stromverdrängungsverluste  
**Eisenverluste**  $\Rightarrow$  Wirbelstrom- und Hystereseverluste (Ummagnetisierungsverluste)

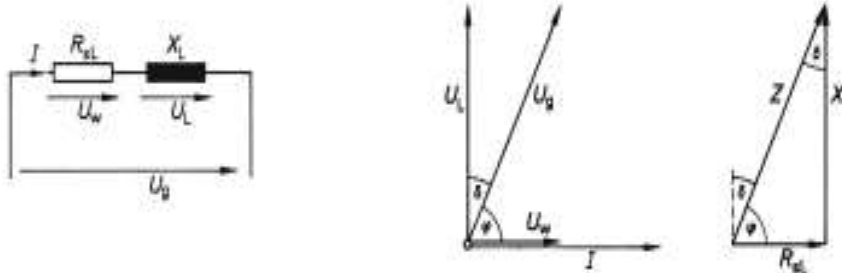


$$\delta = 90^\circ - \varphi \rightarrow \varphi = 90^\circ - \delta$$

$\delta$  = Verlustwinkel,  
 $\tan \delta = d$  (der Tangens des Verlustwinkels wird als  
 Verlustfaktor  $d$  bezeichnet)



### Reale (technische) Spule



$$\delta = 90^\circ - \varphi \rightarrow \varphi = 90^\circ - \delta$$

**Verlustfaktor d:**

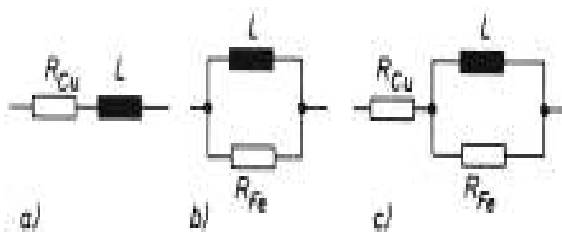
$$d = \tan \delta = \frac{R_v}{X_L} = \frac{R_v}{\omega \circ L} = \frac{1}{Q_L}$$

**Gütefaktor Q:**

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{X_L}{R_v} = \frac{\omega \circ L}{R_v}$$

### Vollständiges Ersatzschaltbild einer verlustbehafteten Spule

**ESB.:**



- a) Spule mit Kupferverlusten
- b) Spule mit Eisenverlusten
- c) vollständiges Ersatzschaltbild