

Alternative Berechnung des Zweierkomplements:

(1) $[11101110]_2 (= -18)$

$\Rightarrow 128 + 64 + 32 + 8 + 4 + 2 = 238$ Aufaddieren der Stellen mit 1
 $2^8 - 18 = 256 - 18 = 238$

(2) $16 + 1 = 17$

$17 + 1 = 18$

Aufaddieren der Stellen mit 0
Addieren von 1 wie beim anderen Rechenweg

Bsp.: -52

$-52 = [11001100]_2$

$-(32+16+2+1+1) = -52$

Hexadezimalsystem:

- vier Bit des Binärsystems sind eine Hexadezimale Ziffer
- Vorteilhaft bei der Darstellung großer Binärwerte
- mit vier Bits können Zahlen von 0 bis 15 dargestellt werden (0000 -1111)
→ man braucht 16 verschiedene Ziffern im Hexadezimalsystem
- Ziffern $\in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\}$
- Wertigkeit der Ziffern ($16^0, 16^1, 16^2, \dots$)
→ die zur Stelle passende Sechszehnerpotenz

Umrechnung Binärsystem - Hexadezimalsystem

- Bits in Viererblöcke gruppieren (mit Bit 0 anfangen)

Bsp.: $[1100.1100]_2 = [CC]_{16}$ $[AB]_{16} = [1010.1011]_2$

Bsp.(2):

$[3A2]_{16} = [0011.1010.0010]_2$

Bsp. für eine ganzzahlige Vielfache Bitzahl von 4.

$[10.1101.0110]_2 = [2D6]_{16}$ (führende 00 ergänzt)

Häufige Schreibweise: 2D6 h oder OX 2D6

Umrechnung vom Hexadezimalsystem ins Dezimalsystem

- Ziffern mit Stellenwertigkeit multiplizieren und aufaddieren

Bsp.:

$$\begin{aligned}[A3F]_{16} &= 10 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 \\ &= 10 \cdot 256 + 48 + 15 \\ &= 2560 + 63 \\ &= 2623\end{aligned}$$

Umrechnung Dezimalsystem ins Hexadezimalsystem

gegeben $a \in \mathbb{N}_0$

- 1) $a \leftarrow \frac{a}{16}$ (Ganzzahldivision mit 16)
- 2) Stelle „i“ wird Rest der Division (0,...,15)
- 3) Erhöhe i
- 4) Schritte 1-3 wiederholen, solange $a > 0$

Bsp.: 44

$$\begin{aligned}a = \frac{44}{16} &= 2 \quad \text{Rest } 12 \quad \rightarrow 0.\text{Ziffer} = C \\ a = \frac{2}{16} &= 0 \quad \text{Rest } 2 \quad \rightarrow 1.\text{Ziffer} = 2 \\ \Rightarrow 44 &= [2C]_{16}\end{aligned}$$

Darstellung von Kommazahlen etc. (Rationale und Reelle Zahlen) auf dem Computer

$$128 = 1,28 \cdot 10^2 = 0,128 \cdot 1000$$

Gleitkomma oder Floating - Point Darstellung

- Ähnlich der halblogarithmischen Darstellung

$$\text{Allgemein gilt: Zahl} = \pm \text{Mantisse} \cdot \text{Basis}^{\pm \text{Exponent}}$$

Dabei ist es üblich, die Mantisse zu normieren

- die erste wesentliche Ziffer links vom Komma (Wesentliche Ziffer; $a > 0$)

$$\begin{array}{ccc} 0,089 \cdot 10^2 = 8,9 \cdot 10^0 & & \\ \text{unüblich} & & \text{üblich} \end{array}$$

- Im Rechner ist die Basis immer 2

- Die Darstellung der Floating - Point Zahlen erfolgt in der Form

VZ	Exponent	Mantisse
1 Bit	n-Bits	m-Bits

IEEE 754

Definiert: Single $n = 8$; $m = 23 \rightarrow 32$ Bit pro Floating - Point
 Double $n = 11$; $m = 52 \rightarrow 64$ Bit pro Floating - Point

Aussagenlogik

Rätsel Dame – Tiger

Raum 1	Raum 2
D	D
D	T
T	D
T	T

Schild 1: D – T

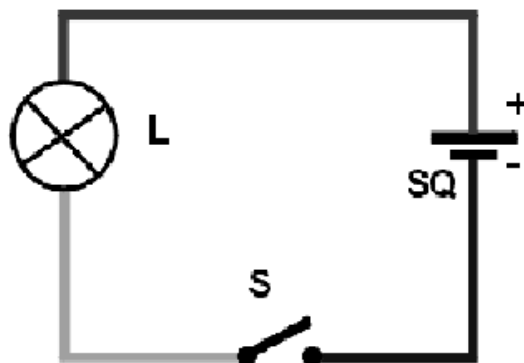
Schild 2: D – T , T – D

Nur ein Schild ist richtig.

Ansatz: Man geht zuerst die Fälle durch, was passiert, wenn das eine Schild falsch ist und das andere richtig. Gibt es Überschneidungen, sind dies die Lösungen. Gibt es keine, ist jenes Schild falsch und das andere ist richtig. In diesem Fall dieselbe Überprüfung wie oben genannt durchführen.

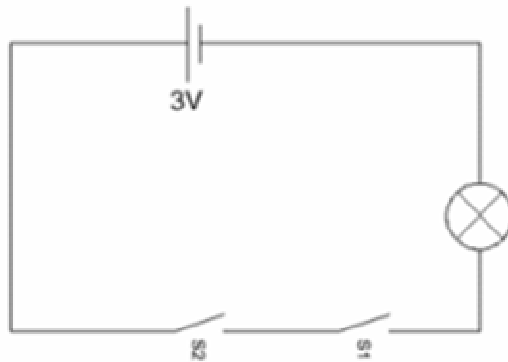
Verknüpfungen am Beispiel von Schaltern in Stromkreisen:

Einfache Schaltung:



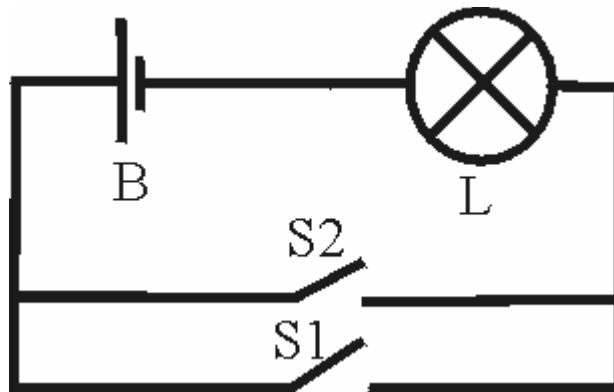
Quelle: <http://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/>

Und – Verknüpfung:



Quelle: <http://elektrobaukasten.blogspot.com>

Oder - Verknüpfung:



Quelle: <http://leifi.physik.uni-muenchen.de>

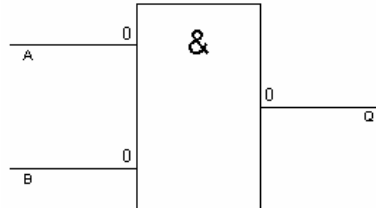
komplexere Stromkreise lassen sich durch Boolesche Funktionen ausdrücken.

$$\text{Lampe} = F(a, b, c, d, \dots, l) \quad a, b, c, \dots, l \in \{0, 1\}$$

Operationen der Booleschen Algebra

UND: Schreibweise: $y = A \wedge B$
 $y = A * B = AB$

Symbol:



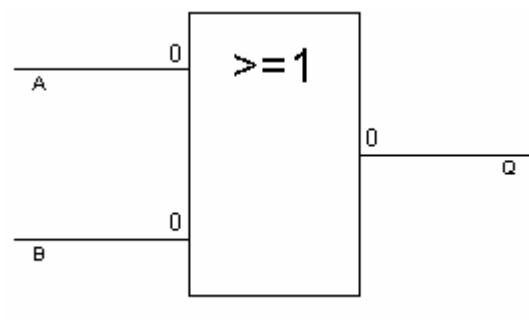
Quelle: <http://www.bbs-gerolstein.de/>

Funktionstabelle:

A	B	y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

ODER: Schreibweise: $y = A \vee B$
 $y = A + B$

Symbol:



Quelle: <http://www.bbs-gerolstein.de/>

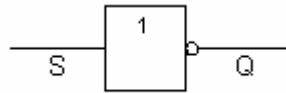
Funktionstabelle:

A	B	y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

NICHT: Schreibweise:

$$y = \neg A$$
$$y = \bar{A}$$

Symbol:



Quelle: <http://www.bbs-gerolstein.de/>

Funktionstabelle:

A	y
0	1
1	0

Boolsche Funktionen

- mit UND, ODER und NICHT lassen sich komplexere Funktionen erzeugen

z.B. $F(A, B, C) = A * (B + C)$

einsetzen von Werten: $F(1, 0, 1) = 1 * (0 + 1) = 1$

$$G(A, B, C) = (A * B) + (A * C)$$

einsetzen von Werten z.B. $G(1, 0, 1) = (1 * 0) + (1 * 1) = 1$

Tabellenübersicht zum Vergleich der Funktionen F und G

A	B	C	$A * (B + C)$	$(A * B) + (A * C)$
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
1	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

$$\Rightarrow F(A, B, C) = G(A, B, C)$$

Rechenregeln der Booleschen Algebra

- 1) Kommutativität: $A+B = B+A$ UND $A \cdot B = B \cdot A$
- 2) Neutrales Element: $0+A = A$ UND $1 \cdot A = A$
- 3) Distributivität: $(A+B) \cdot C = (A \cdot C) + (B \cdot C)$
!!! $(A \cdot B) + C = (A+C) \cdot (B+C)$!!!
- 4) Komplementäres Element: $A + \bar{A} = 1$ bzw. $A \cdot \bar{A} = 0$
- 5) Assoziativität: $A+(B+C) = (A+B)+C =$ UND $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- 6) Idempotenzgesetz: $A+A = A$ bzw. $A \cdot A = A$
- 7) Absorbationsgesetz: $A+(A \cdot B) = A$ bzw. $A \cdot (A+B) = A$
- 8) Doppeltes Komplement $\overline{(\bar{A})} = A$
- 9) Satz von De Morgan: $\overline{(A+B)} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ bzw. $\overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B}$