Mathe 1 Tutorium MS

Aufgabenblatt 3: **Lösungen**

Aufg. 1:

a) Durch Probieren findet man eine erste Nullstelle bei $x = 2$. Daraus ergibt sich für die Polynomdivision der Linearfaktor $(x-2)$.

$$
\begin{array}{l}
\left(x^3 - 3x^2 - 4x + 12\right) : (x-2) = x^2 - x - 6 \\
\underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)} \\
\qquad -x^2 - 4x \\
\qquad \underline{-\left(-x^2 + 2x\right)} \\
\qquad\qquad -6x + 12 \\
\qquad\qquad \underline{-\left(-6x + 12\right)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Das Ergebnispolynom kann nun mit der p-q-Formel gelöst werden:

$x^2 - x - 6 = 0$

$\rightarrow x_{2,3} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}} = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2}$

$\rightarrow x_2 = -2,\ x_3 = 3$

b) In dieser Aufgabe ergibt sich als erste Nullstelle durch Probieren der Linearfaktor $(x-4)$.

$$
\begin{array}{l}
\left(x^3 - 4x^2 - \frac{x}{4} + 1\right) : (x-4) = x^2 - \frac{1}{4} \\
\underline{-\left(x^3 - 4x^2\right)} \\
\qquad\qquad -\frac{x}{4} + 1 \\
\qquad\qquad \underline{-\left(-\frac{x}{4} + 1\right)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Berechnung der weiteren Nullstellen:

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x_{2,3} = \pm\frac{1}{2}$$

c) Durch Probieren ergibt sich als Linearfaktor $(x-2)$.

$$\left(x^3+\frac{2}{3}x^2-\frac{32}{9}x-\frac{32}{9}\right):(x-2)=x^2+\frac{8}{3}x+\frac{16}{9}$$

$$\underline{-\left(x^3-\frac{6}{3}x^2\right)}$$

$$\frac{8}{3}x^2-\frac{32}{9}x$$

$$\underline{-\left(\frac{8}{3}x^2-\frac{48}{9}x\right)}$$

$$\frac{16}{9}x-\frac{32}{9}$$

$$\underline{-\left(\frac{16}{9}x-\frac{32}{9}\right)}$$

$$0$$

Berechnung der weiteren Nullstellen:

$$x_{2,3}=-\frac{8}{6}\pm\sqrt{\frac{64}{36}-\frac{16}{9}}=-\frac{8}{6}\pm\sqrt{\frac{64}{36}-\frac{64}{36}}=-\frac{8}{6}$$

d) Durch Probieren ergibt sich als Linearfaktor $(x-1)$

$$\left(x^3-\frac{9}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2\right):(x-1)=x^2-\frac{7}{2}x-2$$

$$\underline{-\left(x^3-\frac{2}{2}x^2\right)}$$

$$-\frac{7}{2}x^2+\frac{3}{2}x$$

$$\underline{-\left(-\frac{7}{2}x^2+\frac{7}{2}x\right)}$$

$$-2x+2$$

$$\underline{-(-2x+2)}$$

$$0$$

Berechnung der weiteren Nullstellen:

$$x_{2,3}=\frac{7}{4}\pm\sqrt{\frac{49}{16}+\frac{32}{16}}=\frac{7}{4}\pm\frac{9}{4}$$

$$\rightarrow x_2=-\frac{1}{2},\ x_3=4$$

e) Durch Probieren ergibt sich als Linearfaktor $\left(x-\frac{1}{2}\right)$.

$$\left(x^3-\frac{x^2}{2}-2x+1\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2-2$$

$$\underline{-\left(x^3-\frac{x^2}{2}\right)}$$

$$-2x+1$$

$$\underline{-(-2x+1)}$$

$$0$$

Berechnung der weiteren Nullstellen:

$$x^2=2$$

$$\rightarrow x_{2,3}=\pm\sqrt{2}$$

Aufg. 2

a) Mit dem Horner Schema ergibt sich:

	4	0	6	0	-2	-5	7
	0	8	16	44	88	172	334
$x=2$	4	8	22	44	86	167	341

$$f(2)=341$$

b)

	1	-3	6	-0,5	1	-1
	0	4	4	40	158	536
$x=4$	1	1	10	39,5	159	535

$$f(4)=535$$

c)

	1	0	-0,25	4	-3
	0	3	9	26,25	90,75
$x=3$	1	3	8,75	30,25	87,75

$$f(3)=87{,}75$$

Aufg. 3:

a) $90°=\frac{\pi}{2}$

b) $\pi=180°$

c) $30°=\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{3\pi}{2}=270°$

e) $360°=2\pi$

f) $\frac{\pi}{6}=30°$

g) $450°=\frac{5\pi}{2}$

h) $7\pi=1260°$

i) $135°=\frac{3\pi}{4}$

j) $\frac{2\pi}{9}=40°$

Aufg. 4:

a) Um die Interpolation durchzuführen, setzt man die gegebenen Werte in ein LGS ein und löst dieses nach den Koeffizienten der Zielfunktion auf. Man setzt immer mit einer Funktion an, deren Grad um 1 kleiner ist als die Anzahl der gegebenen Vorgaben.

$$f(x)=ax^2+bx+c$$
$$f(4)=0\rightarrow 0=16a+4b+c$$
$$f(6)=0\rightarrow 0=36a+6b+c$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right)=0\rightarrow 0=\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c$$

$$-16a-4b=c$$
$$36a+6b-16a-4b=0$$
$$\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c=0$$

$$-16a-4b=c$$
$$-10a=b$$
$$\frac{1}{4}a-5a-16a+40a=0$$
$$\Rightarrow a=0, b=0, c=0$$

Es gibt also keine Funktion, die diese Vorgaben erfüllt.

b)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(3) = 1 \rightarrow 1 = a + b + c$$
$$f(5) = 0 \rightarrow 0 = 25a + 5b + c$$
$$f(2) = -1 \rightarrow -1 = 4a + 2b + c$$

$$\Rightarrow a = -\frac{5}{6}, b = \frac{37}{6}, c = -10$$

c)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow 0 = -a + b - c + d$$
$$f(3) = 6 \Rightarrow 6 = 27a + 9b + 3c + d$$
$$f(2) = 1 \Rightarrow 1 = 8a + 4b + 2c + d$$
$$f(7) = 0 \Rightarrow 0 = 343a + 49b + 7c + d$$

$$\Rightarrow a = -\frac{37}{120}, b = \frac{12}{5}, c = -\frac{137}{120}, d = -\frac{77}{20}$$

d)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow 0 = a + b + c + d$$
$$f(-4) = 0 \Rightarrow 0 = -64a + 16b - 4c + d$$
$$f(5) = 0 \Rightarrow 0 = 125a + 25b + 5c + d$$
$$f(-2) = 0 \Rightarrow 0 = -8a + 4b - 2c + d$$

$$\Rightarrow a = 0, b = 0, c = 0, d = 0$$

Aufg. 5:

a) Der Bogenschütze schießt den Pfeil in einem parabelförmigen Bogen durch die Luft. Diese Parabel ist nach unten geöffnet, daher entspricht die maximale Höhe des Pfeils dem y-Wert des Scheitelpunkts der Parabel.

$$f(x) = -x^2 + 5x + 4$$

$$-x^2 + 5x + 4 \Rightarrow -\left(x^2 - 5x + 6,25 - 10,25\right) \Rightarrow -\left(x - 2,5\right)^2 - 10,25$$
$$\Rightarrow S\left(2,5/10,25\right)$$

Der Pfeil fliegt also 10,25m hoch.

b) Hier ist die zweite Nullstelle der Funktion gesucht, die man mit ungefähr 5m schon annähern kann (2-facher x-Wert des Scheitelpunktes).

$$x^2 - 5x - 4 = 0$$
$$\Rightarrow x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{10,25} \approx 2,5 \pm 3,202$$
$$\Rightarrow x = 5,702m$$