

## Tutorium Mathe 2 MT

### Aufgabenblatt: Integralrechnung / Gebietsintegrale Teil 2

- 1) Sei  $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x^2 + 2y^2 \leq z \leq 4 + x^2 + y^2\}$ . Berechnen Sie das Gebietsintegral

$$\iiint_D (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz$$

durch Transformation auf Zylinderkoordinaten.

- 2) Berechnen Sie das Volumen desjenigen Gebiets, das vom Rotationsparaboloid

$$z = 2x^2 + 2y^2$$

und der Fläche  $z = 3$  eingeschlossen wird (Skizze!).

- 3) Bestimmen Sie die Masse der Hohlkugel, die durch die Gleichungen  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  und  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  definiert wird, wenn die Dichte in jedem Punkt der Hohlkugel umgekehrt proportional zum Abstand des Punktes vom Koordinatenursprung ist (Proportionalitätskonstante  $k = \frac{1}{\pi}$ ).

- 4) Berechnen Sie für  $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq x^2 y\}$  das Gebietsintegral

$$\iiint_D 2xyz \, dx \, dy \, dz .$$