

## Tutorium Mathe 2 MT

### Aufgabenblatt 1: Potenzreihen & Taylorreihen

1) Berechnen Sie den Summenwert der folgenden geometrischen Reihen

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} 0,7^{n-1}$

2) Schreiben Sie die folgenden Reihen als Summe und untersuchen Sie sie auf Konvergenz mit Hilfe des Quotientenkriteriums

a)  $1 + \frac{10}{1!} + \frac{100}{2!} + \frac{1000}{3!} + \dots$

b)  $\frac{1}{1 \cdot 2^1} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \frac{1}{5 \cdot 2^5} + \frac{1}{7 \cdot 2^7} + \dots$

c)  $1 + 0,25 + 0,0625 + 0,015625 + \dots$

3) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen

a)  $P(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots$

b)  $P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1} x^{n+1}$

c)  $P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} \cdot x^n$

4) Bestimmen Sie die Mac-Laurinsche Reihe der Funktion  $\cosh(x)$ . Tipp: Nutzen Sie die

Funktionen  $e^x$  und  $e^{-x}$  und die Definitionen der Funktion zur Hilfe ( $\cosh = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ).

5) Bestimmen Sie die Mac-Laurinsche Reihe der Funktion  $\sin^2(x)$ , indem Sie die Potenzreihen der beiden Faktoren gliedweise multiplizieren. Bestimmen Sie außerdem den Konvergenzbereich.

6) Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Taylorreihe mit der angegebenen Entwicklungsmitte.

a)  $f(x) = \cos(x), x_0 = \frac{\pi}{3}$

b)  $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 1$

c)  $f(x) = \frac{1}{x^2}, x_0 = 3$

7) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke mit Hilfe der Regel von de L'Hospital

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^2}$

8) Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - e^x)$  durch Ausklammern der Exponentialfunktion und Verwendung der Grenzwertregel von de L'Hospital.