

Probeklausur für Mathe 1 (Media Systems, WS09/10)

Hinweise zur Bearbeitung

Die Aufgaben sind auf den vorgegebenen Aufgabenzetteln zu bearbeiten. Für Nebenrechnungen dürfen separate Zettel genutzt werden. Gewertet wird allerdings nur, was auf den Aufgabenzetteln berechnet worden ist. Sollte der Platz unter den Aufgaben nicht ausreichen, kann auf weiterenzetteln, die vorne ausliegen, weitergerechnet werden. Als Lösung gelten grundsätzlich der Lösungsweg inklusive aller wichtigen Zwischenschritte und das Endergebnis.

WICHTIG!!

Auch ein falsches Endergebnis kann bei kleinen Fehlern in der Rechnung zu voller Punktzahl führen. Dazu muss allerdings der Rechenweg zum Ergebnis korrekt sein!

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel kann ein einfacher, nicht programmierbarer, wissenschaftlicher Taschenrechner sowie eine selbst geschriebene Formelsammlung auf einer DIN-A4 Seite (beidseitig beschrieben) verwendet werden. Grafikrechner und Computer-Algebra-Systeme sind verboten.

Bearbeitungszeit

Pro Aufgabe sind etwa 20 Minuten Bearbeitungszeit vorgesehen.

Aufgabe 1: Funktionen und ihre Eigenschaften (10 Punkte)

Gegeben ist die Funktion dritten Grades $f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$. Diese soll im Folgenden untersucht werden. Bearbeiten Sie dazu die Aufgaben:

- a) Prüfen Sie die Funktion auf Symmetrieeigenschaften.
 - b) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f .
 - c) Bestimmen Sie die reellen Nullstellen der Funktion.
 - d) Bestimmen Sie die Asymptoten für $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
 - e) Zeichnen Sie eine Skizze des Graphen von f im Intervall $[-1, 3]$.
 - f) Ordnen Sie den folgenden Intervallen mit Hilfe der Skizze aus Aufgabenteil e) jeweils die Monotonieverhalten der Funktion zu:
 - $(-\infty; 0,11]$
 - $[0,11; 1,56]$
 - $[1,56; \infty)$
-

Aufgabe 2: Interpolation und Funktionseigenschaften (12 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 4$ sowie die Punkte $P_1(-1, 4)$, $P_2(0, 2)$ und $P_3(1, -1)$.

- a) Bestimmen Sie eine quadratische Funktion $g(x)$, welche durch P_1, P_2 und P_3 verläuft.
Machen Sie anschließend die Probe, um ihr Ergebnis zu kontrollieren.
 - b) Berechnen Sie den Scheitelpunkt von $g(x)$.
 - c) Berechnen Sie die Nullstellen von $g(x)$.
 - d) Bestimmen Sie jene x -Werte, für die $f(x) = g(x)$ gilt.
 - e) Skizzieren Sie die Funktionen f und g im Intervall $[-3, 2]$.
-

Aufgabe 3: Lineare Algebra und LGS (11 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

sowie die Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Multiplizieren Sie die Matrix A mit der Matrix B . Bestimmen Sie außerdem die Determinanten von A , B und $C = A \cdot B$.
 - Multiplizieren Sie die Matrix C mit dem Vektor \vec{b} . Berechnen Sie die Länge des Ergebnisvektors.
 - Der Vektor \vec{c} bilde mit der Matrix C ein LGS. Prüfen Sie dieses LGS auf Lösbarkeit und bestimmen Sie ggf. die Lösung.
 - Bestimmen Sie einen Vektor \vec{d} , der senkrecht auf \vec{b} und \vec{c} steht. Veranschaulichen Sie das Ergebnis mit einer Skizze der Vektoren im Koordinatensystem.
-

Aufgabe 4: Komplexe Zahlen und LGS (10 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden komplexen LGS:

$$(2 - i2) \cdot \underline{x} + (4 + i) \cdot \underline{y} = -5 - i8$$

$$(1 + i3) \cdot \underline{x} + (2 - i6) \cdot \underline{y} = 20 + i4$$

Schreiben Sie die Lösungen für \underline{x} und \underline{y} jeweils in Trigonometrischer Form und Exponentialform auf.
