

Signale in Zeit- und Frequenzbereich

nicht kausale Systeme: Impulsantwort beginnt in der Vergangenheit

Kausale Systeme (Bsp. realer TP): Impulsantwort beginnt bei $T=0$, es beginnt ein Einschwingvorgang

➔ nach rechts darf die Impulsantwort unendlich lang sein

Zeitbereich		Frequenzbereich
SI-Funktion	○—●	Rechteckpuls (idealer TP)
Rechteckpuls	○—●	Betrag der SI-Funktion
DIRAC-Stoß	○—●	Gerade parallel zur Frequenzachse
Gerade parallel zur Frequenzachse ($f \rightarrow -\infty$)	○—●	DIRAC-Stoß ($f=0\text{Hz}$) (harmonische Schwingung)
$\cos(t)$	○—●	Zwei Diracstöße (links und rechts von 0Hz)
Zwei Diracstöße (links und rechts von 0s)	○—●	Betrag von $\cos(t)$
T_0 -periodische Diracfolge	○—●	$\frac{1}{T_0}$ -periodische Diracfolge

Begründung für die Nicht-Realisierbarkeit eines idealen Diracstoßes:

- JEDES reale System ist bandbegrenzt!

Bsp.: Man nimmt eine Snaredrum auf ➔ das Mikrophon hat ein TP Verhalten ➔ Signal wird verändert ➔ es hat eine Frequenz bekommen, es schwingt nach

$$f_0 = 20\text{kHz} \rightarrow T_0 = \frac{1}{f_0} = 50\mu\text{s} \rightarrow \text{Nachschwingen mit Grenzfrequenz (hier für Ton 20kHz)}$$

Bezug zur Unschärferelation:

- Je stärker die Dämpfung im Frequenzbereich ist, desto länger der Einschwingvorgang

Wdh.:

- Signale, die periodisch sind, haben ein Linienspektrum
- Wenn es keine Linien im Spektrum gibt, dann ist das Signal nicht periodisch (➔ Anfang und Ende eines periodischen Signals sorgen für kontinuierlichen Anteil)
- ➔ Es gibt in Spektren „Peaks“ mit endlicher Breite, die eine quasi-Periodizität erkennen lassen ➔ je mehr Schwingungen man analysiert, desto besser werden die Linien erkennbar (➔weniger Einfluss von Anfang und Ende des Signals)

Ein System, das als Impulsantwort einen nicht verschobenen DIRACSTOß hat, tut nichts!

Ein System, das als Impulsantwort einen um 1ms verschobenen DIRACSTOß hat, verschiebt das Signal um 1ms

Ein System, das als Impulsantwort zwei DIRACSTÖßE hat, sendet das Signal zweimal im Abstand der Diracstöße. (Bsp.: Raum-Impulsantwort (Echogramm) besteht aus vielen Diracstößen, deren Dichte mit der Zeit zunimmt)

$$s(t) \cdot \delta(t) = s(0) \rightarrow \text{Abtastwert in der Digitaltechnik (Signal * DIRAC} \rightarrow \text{Samplen)}$$

„Ausblendeigenschaft“ der Diracfunktion („fischt“ den Funktionswert an der jeweiligen Stelle raus)

$$s(t) \cdot \delta(t - T_0) = s(T_0) \text{ verschobender Diracstoß}$$

Digitaltechnik

analoge Signale:

- zeit- und wertekontinuierlich
- zeitdiskret, wertekontinuierlich

digitale Signale:

- zeit- und wertediskret

Bsp.:

$$T = 12,3\mu s, A = 17$$

$T = 12,4\mu s, A = 15$ → digitale Signale sind Zahlenfolgen

→ Skalierung an beiden Achsen beim digitalen Signal

Digitales Signal:

- besteht aus einem endlichen Vorrat zeit- und wertediskreter Zeichen

Gründe für die Digitaltechnik:

- ist preiswerter → Bsp. Audacity/TP Filter
- Systeme können das Signal verlustfrei übertragen
- Qualität hängt bei analog und digital von der Qualität der Geräte/des Algorithmus ab

Harry NYQUIST (→ Bell Laboratories)

1928: Abtasttheorem

Vladimir KOTELNIKOV („entdeckte“ es 1933)

Zur verlustfreien zeitlichen Quantisierung eines mit f_{\max} bandbegrenzten Signals genügt es, im

zeitlichen Abstand von höchstens $\frac{1}{2 \cdot f_{\max}}$ Abtastwerte zu nehmen.

d.h.:

Abtastrate f_A mindestens $2 \cdot f_{\max}$ → $f_A \geq 2 \cdot f_{\max}$

→ alle bandbegrenzten Signale sind entweder TP's oder BP's.

Bandbreite $B = f_{\max} - f_{\min}$

Bsp.: Musik $B = 20000\text{Hz} - 20\text{Hz} = 19980\text{Hz} \approx 20\text{kHz}$

→ Musik ist ein Tiefpasssignal

Bsp. für Bandpass:

→ AM-Signal: $B = 40\text{kHz} \rightarrow \text{Trägerfrequenz} = x \cdot 100\text{kHz}$

für $f_A = 2 \cdot f_{\max}$ → Nullfolge → kritische Abtastung

Abtastfälle:

1. ideale Abtastung: $f_A \geq 2 \cdot f_{\max}$

multiplizieren mit T_A -periodischer Diracfolge $\circ - \bullet$ Faltung mit $\frac{1}{T_A}$ -periodischer Diracfolge

$s(t)$ wird multipliziert mit einer Diracfolge mit Abstand $T_A \rightarrow T_A = \text{Tastzeit}$

Um wieder die ursprüngliche analoge Kurve zu erhalten, braucht man einen TP (Rekonstruktions-TP, man betrachtet nur den mittleren Impuls im Frequenzspektrum)

2. kritische Abtastung $f_A = 2 \cdot f_{\max}$

- es würde nur der ideale TP als Rekonstruktions-TP funktionieren
- Infos bei f_{\max} gehen verloren (Nullstellen)
- formal: PAM (Puls-Amplituden Modulation) → Trägersignal: Pulsfunktion → technisches Basissignal: 0Hz - f_{\max} Hz (linke Seite entsteht durch Spiegelung der rechten an der Wertachse)

3. Unterabtastung $f_A < 2 \cdot f_{\max}$

- Spiegelungsfehler entstehen → ALIAS-FEHLER → ALISING
- Informationsverlust → üble Verzerrungen