

analog → digital

1. Zeitanpassung: Abtastung mit f_A (PAM = puls-amplituden-moduliert)
2. Wertequantisierung

f_A = Abtastrate (sampling rate), ein Abtastwert (a sample)

Zeitbereich	Frequenzbereich
<p>PAM: ideale Abtastung mit $f_A = \frac{1}{T_A}$</p> <p>→ Multiplikation mit Diracfolge $\delta_\psi(t)$</p> $s_A(t) = s(t) \cdot \delta_\psi(t)$	<p>Faltung mit der Diracfolge $\delta_\psi(f)$ im Frequenzbereich</p> $S(f) * \delta_\psi(f) = S_A(f) = S_{PAM}(f)$

NYQUIST-Frequenz:

$$f_{NY} = \frac{f_A}{2}$$

1. Alle digitalen Systeme sind im Frequenzbereich periodisch mit f_A .
2. Technisch relevant/machbar ist nur der Frequenzbereich $0\text{Hz} \dots f_{NY}$

Zur Rekonstruktion ist ein analoger Tiefpass nötig, weil ein digitaler Tiefpass auch f_A -periodisch wäre und somit alle Perioden analysiert werden müssten.

Einschub: Filter (wird noch im Verlauf des Seminars genauer besprochen)

- Filter besitzen einen Durchlassbereich und einen Sperrbereich
- Grenze ist die Grenzfrequenz, bei der das Signal um 3dB abgesenkt vorliegt
- die Sperrdämpfung gibt den Abstand von der 0dB Marke bis zur vollständigen Sperrung in dB an
- Die Flankensteilheit (slope) wird in dB/Oktave oder in dB/Dekade angegeben (!)
 - o 6 dB/Oktave = 20 dB/Dekade

Beispiel: Rekonstruktions Tiefpass mit Butterworth Eigenschaften

- $f_g = 20\text{kHz}$
- TP 1. Ordnung: Sperrdämpfung von 6dB bei 40kHz

Beispiel: Musikinstrument

- es existieren auch nicht hörbare, hohe Frequenzen, wenn das Instrument gespielt wird

In der Theorie passt man die Abtastrate dem Signal an, in der Praxis ist es umgekehrt, weil man die Abtastrate an Geräten nicht variabel ändern kann (meistens nur Stufenweise)

A/D und D/A Wandlung

1. Anti Aliasing
 - jede A/D Wandlung beginnt mit einer TP-Filterung (Anti-Aliasing TP)
 - jener sperrt bei der Nyquist Frequenz f_{NY}
 - er hat identische Anforderungen wie der Rekonstruktions TP
2. Abtastung

Beispiel: Signal bei 9kHz (f_0)

- kaum Verzerrung \rightarrow neue spektrale Komponenten bei Harmonischen ($2 \cdot f_0 = 18kHz, 3 \cdot f_0 = 27kHz, \dots$)
- Abtastung mit 48kHz, d.h. $f_{NY} = 24kHz \rightarrow$ Aliasing (Alias-Komponenten) bei $n \cdot f_A \pm f_S$
 - o Spiegelkomponenten: 3kHz, 12kHz, 21kHz, (Rest liegt oberhalb von f_{NY})

The time fountain (Video, das „stehende Tropfen“ zeigt)

$$f_S = 10Hz \Rightarrow \begin{array}{l} f_A = f_S \text{ (Unterabtastung)} \\ f_A = 2 \cdot f_S \text{ (kritische Abtastung)} \end{array}$$

Durch die Abtastung entstehen spektrale Komponenten \rightarrow Seitenbänder

- $f_A \pm f_S, 2 \cdot f_A \pm f_S, \dots$

Unterabtastung mit $f_A = f_S$

- \rightarrow spektrale Komponente bei $f_A - f_S = 0Hz$

Unterabtastung mit $f_A < f_S$ (z.B. bei 9 Hz)

- \rightarrow Aliasing bei -1Hz (scheinbare Rückwärtsbewegung, „Zeitumkehrung“)

Unterabtastung mit $f_A < 2 \cdot f_S$ (z.B. bei 19Hz)

- \rightarrow Aliasing bei 9Hz

Darstellung im Zeitbereich

Unterabtastung:

- Tasterabstand T wird größer, dadurch werden weniger Werte aufgenommen
- die Frequenz des Signals wird kleiner

Oversampling (Überabtastung)

- zwei Abtastraten:
 - o hohe Abtastrate $f_A^+ = 2^n \cdot f_A$
 - o Zielabtastrate f_A

Beispiel:

$$f_{\max} = 20\text{kHz}$$

$$f_A = 48\text{kHz}$$

8-fach Oversampling, d.h.

$$f_A^+ = 8 \cdot f_A = 384\text{kHz}$$

$$\rightarrow f_{NY}^+ = 192\text{kHz}$$

Oversampling bei der A/D-Wandlung

1. analoger TP bei f_{NY}^+ (symbolisch ein idealer TP)
→ Anti-Aliasing TP
2. Abtastung mit f_A^+
3. digitaler TP bei f_{NY} (Anti-Aliasing Filter)
→ restliche Komponenten verschwinden → freies Frequenzband
4. Abtastraten-Verminderung (alle Samples zwischen T_A verschwinden)
→ in diesen Samples stecken keine relevanten Informationen für das Signal (es lässt sich schon aus viel weniger Samples errechnen)