

Lineare Systeme

- die meisten Signale können nicht analytisch beschrieben werden, nur durch Näherung mit analytischen Signalen
- der ideale Impuls ist nur ein hypothetisches Signal mit unendlich hoher Amplitude aber endlicher Energie

Lineare zeitinvariante Systeme (linear time-invariant = LTI)

1. Linearität

Es gilt das Superpositionsprinzip, d.h.

$$s_1(t) \rightarrow \square \rightarrow g_1(t)$$

$$s_1(t), s_2(t) \rightarrow \square \rightarrow g_1(t), g_2(t)$$

$$2 \cdot s(t) \rightarrow \square \rightarrow 2 \cdot g(t)$$

Die Systemantwort auf die Summe zweier Signale ist die Summe der jeweiligen Antworten.

linear	nicht-linear
Luft	übersteuerter Gitarrenverstärker
Kabel	Regelverstärker (Kompressor, Hörgerät)
Verstärker	
Filter	
Mikrofone	
Lautsprecher	

2. Zeitinvarianz

Es gilt der Verschiebungssatz, d.h. $s(t-T) \rightarrow \square \rightarrow g(t-T)$

Die Systemantwort auf ein verschobenes Signal ist die verschobene jeweilige Antwort

harmonische Schwingungen

- sind die Eigenfunktionen der LTI-Systeme

$$s(t) \begin{cases} s_0 \cdot \cos(\omega t) \\ s_0 \cdot e^{j\omega t} \end{cases}$$
$$e^{j\omega t} \rightarrow \square \rightarrow \underline{H} \cdot e^{j\omega t}$$

Testsignal (Recheckimpuls)

$d(t) \rightarrow \square \rightarrow g(d(t))$ Rechteck Rechteckantwort	$s_A(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n \cdot T_0) \cdot d(t - n \cdot T_0) \cdot T_0$ $g_A(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n \cdot T_0) \cdot g_d(t - n \cdot T_0) \cdot T_0$ $s_A(t) \rightarrow \square \rightarrow g_A(t)$
Grenzübergang $T_0 \rightarrow 0$ Rechteck \rightarrow DIRACSTOß <ul style="list-style-type: none"> - idealer Impuls - Einheitsimpuls - $d(t) \rightarrow$ Deltafunktion $\delta(t)$ - $g_d(t) \rightarrow h(t)$ (Impulsantwort) 	$s_A(t) = s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau$ $g_A(t) = g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$ <p>FALTUNGSINTEGRAL Kurzschreibweise: $g(t) = s(t) * h(t)$ (von: Convolution – to convolve)</p>

Beispiel:

$$a(t) * b(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) \cdot b(t - \tau) d\tau$$

$$a(t) * b(t) = b(t) * a(t)$$

$$a(t) * (b(t) * c(t)) = (a(t) * b(t)) * c(t)$$

$$s(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow s(t) * h(t)$$

Ein LTI-System ist durch seine Impulsantwort vollständig beschrieben.

$$\delta(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow h(t) = \delta(t) * h(t)$$

$$s(t) = s(t) * \delta(t)$$

$\delta(t)$ ist die Einheitsfunktion der Faltung

$$s(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow g(t) \Rightarrow g(t) = s(t) * h(t)$$

Das Ausgangssignal eines LTI Systems erhält man durch Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort des Systems.