

Pulse Code Modulation (PCM)

- Verbindet Codierung und Modulation
- Zu betrachtende Parameter: Kanalkapazität, Bandbreite, Sendeleistung
- Bei digitaler Übertragung → geringerer SNR, größere Bandbreite
- Aufbau des PCM Encoders:
Abtaster → Quantisierer → Codierer → PCM Ausgang

Quantisierungsrauschen

- Unschärfe im digitalen Signal → steht für ein Rauschen
- Im digitalen Signal stecken 2 Informationen:
 - o Das Originalsignal
 - o Auf/Abschläge, welche durch die Diskretisierung entstehen → das Signal wird durch Rauschen überlagert
- Bandbreite des Rauschens → alle Frequenzen vom Gleichanteil bis zur Abtastfrequenz
- Zwischen den Signalen (an Encoder und Decoder) herrscht statistische Unabhängigkeit (Ausnahme: Die Abtastintervalle von beiden Geräten sind synchronisiert)
- Jedes Bit Wortbreite, das hinzukommt → -6 dB in der Leistung

$$\rightarrow SR_Q = 10 \cdot \lg \left(\frac{P_S}{P_Q} \right) \sim k \cdot 6 \text{ [dB]} \quad (k = \text{A/D-Wandler Wortbreite})$$

$$\rightarrow \text{Rauschleistung: } P_q = \frac{q^2}{12}$$

Herleitung SR_Q für den vollausgesteuerten Sinus:

- Bei 8 Bit Wortbreite → $2^8 = 256$ Stufen
- Signal deckt bei Vollaussteuerung den gesamten Bereich der Quantisierungsstufen ab
- Hoher Wert = hoher Pegel, hohe Leistung im abgetasteten Signal
- Maximale Aussteuerung in einer Richtung → $2^{k-1} \cdot q$ (Halbe Anzahl der Quantisierungsstufen)
- Daraus ergibt sich der Wert für SR_Q :

$$P_S = \left(\frac{2^{k-1} \cdot q}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{2^{2k-2} \cdot q^2}{2} = 2^{2k-2} \cdot q^2 \cdot 2^{-1} = 2^{2k-3} \cdot q^2$$

→ Effektivwert / Leistung

$$P_N = \frac{q^2}{12}$$

$$\begin{aligned} SR_Q &= 10 \cdot \lg \left(\frac{P_S}{P_Q} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{2^{2k-3} \cdot q^2}{\frac{q^2}{12}} \right) = 10 \cdot \lg (12 \cdot 2^{2k-3}) = 10 \cdot \lg (2^{2k}) + 10 \cdot \lg (12 \cdot 2^{-3}) \\ &= 20 \cdot k \cdot \lg(2) + 10 \cdot \lg \left(\frac{3}{2} \right) \\ &= 6,02 \cdot k + 1,76 \end{aligned}$$

→ Für jedes Bit Wortbreite +6 dB beim SNR → Startwert (hier 1,76) kann sich ändern

Formal liegen z.B. 16 Bit in Signalen vor, diese werden aber oft nicht komplett ausgenutzt. Stattdessen wird oft durch abklingende oder impulsartige Signale unterhalb der niedrigsten Stufe gearbeitet, das Rauschen im Signal hat dann einen entsprechend höheren Anteil.

Nichtlineare Quantisierung / Kompondierung

- Problem: Oft werden geringe Pegel gesendet, laute sollen allerdings auch möglich sein (z.B. Telefongespräche)
- Der A/D-Wandler soll optimal genutzt werden, dazu muss die Verteilung der Pegel auf die Quantisierungsstufen angepasst werden
- Linearer Zusammenhang → die gleiche Erhöhung des Pegels bringt auch immer dieselbe Erhöhung des Quantisierungswertes mit sich
- Kleinere Pegel sollen auch höhere Werte bekommen → Bereiche der geringeren Aussteuerung werden mit höheren Werten versehen
- Bei großen Pegeln ist diese Kompression unnötig
- Maximale Steigung der Kompondierungskennlinie liegt im Ursprung vor
- Bsp. 16 Werte, welche einem Viertel der Aussteuerung zugeordnet sind → $16 \cdot 4 = 64$ Werte
→ Jedes Intervall hat 64 Werte, kann also durch einen 6-Bit Wandler abgedeckt werden
- Vollaussteuerung ist damit in jedem Abschnitt der Kennlinie möglich → wird diese überschritten, springt der Wandler in den nächsten Bereich, wodurch ein Bit an Wortbreite verloren geht
- Durch Rauschen, welches überlagert wird, kann man den Verlauf des SNR im Bereich der Nutzpegel begradigen, so wird ein eckiger, zackiger Verlauf durch die Kompondierungskennlinie vermieden

Prädiktive Codierung

- Hohe Amplituden sind selten
- Hohe Frequenzen sind oft nur schwach ausgeprägt
→ Sehr hohe Steigung im Signal ist nicht möglich, weil hohe Frequenzen diese Pegelstufen meist nicht erreichen und tiefe Frequenzen eine große Anstiegszeit haben
→ Der nächste Abtastwert liegt immer in unmittelbarer Nähe des Vorherigen (es wird keine Riesensprünge geben) → Ausnahmen sind z.B. Triangel, Computergenerierte Signale
- Differenz zum Absolutsignal wird übertragen → im Decoder muss wieder eine Summenbildung erfolgen (analog würde das der Ableitung und dem Integrieren entsprechen)
- Gedächtnis der Codierung:
 - o Ist vorhanden, denn die Werte werden anhand der Vorgänger ermittelt
 - o Müsste unendlich sein, weil immer wieder neue Werte eintreffen
 - o Alle Werte „leben“ von den Vorgängern → bei Fehlern liegt eine Auswirkung auf das gesamte nachfolgende Signal vor
- Abhilfe: Die Decoderprädiktion wird in den Encoder mit eingebaut (→ Rückkopplungsschleife)
→ Schleife um Prädiktor, deren Rückkopplungsweg auf den Ausgang eines PCM Decoders geführt wird
→ Erzeugung eines Referenzsignals, welches bei der Decodierung auch vorliegt (→Hilfsempfänger)

- Zahlenbeispiel:
 - o 5,6 ist der analoge Eingangswert
 - o Der Quantisierer macht daraus eine 6 / das Quantisierungsrauschen hat entsprechend den Wert 0,4
 - o Der Prädiktor im Encoder und im Decoder würde eine 6 anzeigen
 - o 7,2 kommt als nächster Eingangswert
 - o Differenz zum vorherigen Eingangswert beträgt 1,2
 - o Quantisierer macht daraus eine 1 / das Quantisierungsrauschen hat den Wert 0,2
 - o Summenbildung in Rückkopplungsschleife → 7
 - o Prädiktor in Encoder und Decoder zeigt eine 7 an
 - o 8,6 liegt als Eingangswert an
 - o Differenz zum vorherigen Eingangswert beträgt 1,6
 - o Quantisierer macht daraus eine 2 / das Quantisierungsrauschen hat den Wert 0,4
 - o Summenbildung in Rückkopplungsschleife → 9
 - o Prädiktor in Encoder und Decoder zeigt eine 9 an
- ➔ Im Encoder liegt grundsätzlich schon eine Prädiktion vor, welche im Decoder auch vorliegen wird

Deltamodulation (DM)

- DPCM bei 1 Bit Wortbreite, aber hoher Abtastfrequenz
- Prädiktor und Summe werden zu Integral
- Signalverlauf:
 - o Signal läuft auf Komparator und wird verglichen (je/nein-Entscheidung) → Vorzeichen als Ausgabe (wurde der Pegel größer oder kleiner)
 - o Flipflop hält den Wert des Komparators für einen Abtastzeitpunkt
 - o Pegelwandlung (eigentlich noch digital, allerdings wird schon von Pegeln gesprochen)
 - o Integrator erzeugt eine Folge im Sinne eines analogen Signals → diese wird wieder als Vergleichswert auf den Komparator geführt
- Demodulation:

Pegelwandlung → Integration → TP (Spitzen gehen durch die Filterung verloren → das analoge Signal wird rekonstruiert)
- Deltamodulator → das Signal wird einmal abgeleitet und die Ableitung wird gesendet
- Bei wenig Steigung oder einer Nullfolge wechseln nur die Vorzeichen, es entsteht eine Rechteckfolge und daraus wiederum granulares Rauschen

Adaptive Deltamodulation (ADM)

- Prädiktor wird mit zusätzlicher Regel versehen („digitaler Integrator“)
- Wird benötigt bei z.B. schnell ansteigenden Pegeln (→ Triangel, Computergenerierte Signale)
 - ➔ Regel muss auf beiden Seiten (Encoder und Decoder) klar vereinbart sein

Sigma/Delta-Modulation (SDM)

- Durch weitere Integration werden hohe Anstiege wesentlich kleiner
- S/D-Modulation = Deltamodulation + Integration
- S/D-Demodulation = Pegelwandler + TP (Integrator wird durch nötigen Differentiator aufgehoben)

- Auf Produktionsseite (Encoder) wird der Ablauf komplexer bzw. mehr Bauteile werden nötig
→ auf der Verbraucherseite (Decoder) liegt eine sehr kleine Schaltung vor, die nur wenige analoge Bauteile benötigt und somit günstig zu realisieren ist
- Durch ein Vertauschen von Differenzbildung und Integratoren kann ein Integrator weggelassen werden
→ Dadurch, dass sich die Rechenoperationen gegenseitig aufheben, wird der Verlauf des analogen Signals in der Impulsdichte des digitalen Signals wiedergegeben.

Gewinn an Rauschabstand

1. DM, SDM → durch Überabtastung weniger analoges Rauschen
 - Bei 2-facher Überabtastung wird Rauschen aus den hohen Frequenzbereichen ins Basisband gespiegelt (→ s. Abtastung, es entstehen Frequenzbänder bei Vielfachen der Abtastfrequenz)
 - Anti-Aliasing Filter kann dies nicht gut kompensieren, weil die Filterdämpfung erst viel zu spät entsprechend hoch ist
 - Bei höheren Abtastfrequenzen dämpft das Filter wesentlich besser, daher wird nur wenig Rauschen ins Basisband gespiegelt
2. DM, SDM → weniger Quantisierungsrauschen
 - Die Rauschleistung verteilt sich bei der Überabtastung auf einen größeren Frequenzbereich, im Basisband nimmt die Rauschleistung daher ab
 - Zahlenbeispiele:
 - 16-fach → Faktor $\frac{1}{8} \Rightarrow -9 \text{ dB}$
 - 128-fach → Faktor $\frac{1}{64} \Rightarrow -18 \text{ dB}$
3. SDM → Noise Shaping
 - Differenzbildung → Integrator → Quantisierung (fügt Quantisierungsrauschen hinzu)
→ Rückkopplungsschleife durch Flipflop
 - Integrator: $I = \frac{1}{1-z^{-1}} \rightarrow \text{TP-Verhalten}$
 - S/D-Wandler: $Y(z) = X(z) + Q(z) \cdot (1-z^{-1}) \rightarrow \text{das Quantisierungsrauschen } Q(z) \text{ wird hochpassgefiltert}$
 - Absenkung des Rauschens bei tiefen Frequenzen, Anhebung bei hohen Frequenzen (die hohen Frequenzen liegen wegen der Überabtastung nicht im genutzten Frequenzband, daher ist eine Anhebung des Rauschens in diesem Bereich unkritisch)
 - Trägt man die Vielfachen der Abtastung gegen die Dämpfung des Rauschens (bei tiefen Frequenzen) auf, sieht man, dass das Rauschen immer besser gedämpft wird, wenn die Abtastrate erhöht wird
 - Faustregel für S/D-Wandler: 128-fach Überabtastung → ca. 120 dB Dämpfung

Modulationsgewinn

- $C = \frac{B \cdot SNR}{3} \rightarrow$ Bandbreite ändert sich grundsätzlich zwischen analog und digital
- Beispiel für Voice im Telcobereich:
 $B_{analog} = 3,4 \text{ kHz}, f_A = 8 \text{ kHz}, C = 64 \text{ kbit/s} \rightarrow S = 32 \text{ kbaud}$
 \rightarrow Aufschlag durch Rolloff-Faktor $\rightarrow B_{\text{übertragung}} = 40 \text{ kHz}$
- Höhere Bandbreite bei größerer Wortbreite
 $B_u = c \cdot k \cdot B_a$ ($k = \text{Wortbreite}, c = \text{Filtersteilheit / Rolloff-Faktor}$)
- Es kann ein kleinerer SNR unter Verwendung von mehr Bandbreite erreicht werden (bei Digitalisierung passiert dies automatisch)

$$\frac{P_S}{P_Q} = A \cdot 2^{2k} \quad (0 < A \leq 1) \quad \left(= \frac{12 \cdot q^2 \cdot 2^{2k-3}}{q^2} \right)$$

A beinhaltet die Aussteuerung und Amplitudenverteilung des Signals

$$k = \frac{1}{c} \cdot \frac{B_u}{B_a} = \frac{1}{c} \cdot \beta_{PCM} \quad (\beta_{PCM} = \text{Bandbreitendehnfaktor})$$

$$\frac{P_S}{P_Q} = A \cdot 2^{\left(\frac{2}{c} \cdot \beta_{PCM}\right)} \quad (A, c = \text{const.})$$

- \rightarrow SNR steigt exponentiell an, obwohl nur ein linearer Zuwachs an Übertragungsbandbreite vorliegt

Rauschabstand nach Demodulation

$$SR_A = 10 \cdot \lg \left(\frac{1}{2 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 10^{0,05 \cdot SR_K} \right)} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{1}{4 \cdot p_{\text{Fehler}}} \right)$$

- Formulierung eines Zusammenhangs zwischen SNR nach Abtastung und SNR im dekodierten Signal
- Bandbreite wächst linear, SR_A steigt exponentiell
- Wortbreite erhöhen \rightarrow höherer SR_A
- Im Kanal wird nicht der SNR des analogen Signals vorliegen ($SR_A = 40 \text{ dB} \rightarrow SR_K = 14 \text{ dB}$)
- SNR wird nicht „verschenkt“ \rightarrow man „bezahlt“ diesen mit der Bandbreite

Schweleneffekt

- Qualität ist sichtbar, wenn keine Fehler passieren
- Pro Verlust eines dB im Kanal, werden mehrere dB im SR_A verloren
- Z.B. mit dem Handy in ein Gebäude gehen \rightarrow 20-30 dB Verlust beim SR_A
 \rightarrow Gilt für alle digitalen Systeme