

Pegelrechnung Weiterführung

$$J \sim P \sim \tilde{p}^2$$

$$\Delta L_J = 10 \cdot \lg\left(\frac{J_2}{J_1}\right) \text{ in dB}$$

$$\Delta L_{\tilde{p}} = 20 \cdot \lg\left(\frac{\tilde{p}_2}{\tilde{p}_1}\right) \text{ in dB}$$

Schallintensität (für kugelförmige Schallabstrahlung):

$$J = \frac{P_{ak} \cdot \gamma}{S_{Kugel}} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot v(t) dt$$

S = Oberfläche einer kugelförmigen Schallquelle

P = Schalleistung

γ = Richtwirkung einer gerichtet abstrahlenden Schallquelle (je größer, desto stärker gerichtet)

$p(t)$ = Schalldruck

$v(t)$ = Schallschnelle

Für sinusförmige Schwinung:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \hat{p} \cdot \hat{v} \cdot \cos(\varphi)$$

$$\varphi = \angle(\underline{p}, \underline{v})$$

Ersetzt man die Spitzenwerte durch Effektivwerte, ergibt sich:

$$\text{Sinus: } \tilde{p} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \hat{p} = \tilde{p} \cdot \sqrt{2} \quad \text{und} \quad \hat{v} = \tilde{v} \cdot \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow J = \tilde{p} \cdot \tilde{v} \cdot \cos(\varphi)$$

$\cos(\varphi)$ hat Auswirkungen auf die Lautstärke, muss daher genauer betrachtet werden.

$\varphi \rightarrow 0$:

a) ebene Welle

b) Kugelwelle im Fernfeld („Ferne“ hängt von Wellenlänge ab)

Je weiter man sich von einer Schallquelle entfernt, desto leiser wird es:

$$J \sim \frac{1}{r^2}$$

Für die Annahme $\varphi \rightarrow 0$, also $\cos(\varphi) \rightarrow 1$ ergibt sich:

$$J = \tilde{p} \cdot \tilde{v} \rightarrow \tilde{p} = Z_0 \cdot \tilde{v} \quad (\rightarrow \text{s. auch } \underline{u} = \underline{z} \cdot \underline{i})$$

Herleitung des Referenzwertes für die Schallintensität J_0 mit Hilfe von \tilde{p}_0

$$J = \tilde{p} \cdot \tilde{v} \quad \tilde{p} = Z_0 \cdot \tilde{v} \Leftrightarrow \tilde{v} = \frac{\tilde{p}}{Z_0} \quad \Rightarrow J = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0}$$

$$Z_0 = \rho_{\text{Luft}} \cdot c_{\text{Luft}} = 416 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \quad (\text{entnommen aus Formelsammlung})$$

$$\tilde{p}_0 = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$J = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0} \rightarrow J_0 = \frac{\tilde{p}_0^2}{Z_0}$$

$$J_0 = \frac{\left(2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)^2}{416 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}} = 9,6 \cdot 10^{-13} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Druck/Intensitätsverhältnisse und ihre Pegelunterschiede

$\frac{\tilde{p}_2}{\tilde{p}_1}$	$\Delta L_{\tilde{p}}$ (in dB)	$\frac{J_2}{J_1}$	ΔL_J (in dB)
1	0	1	0
2	6	2	3
3	10	3	5
4	6+6=12	4	6
5	20-6=14	5	7
6	10+6=16	6	8
7	ca. 17	7	8,5
8	12+6=18	8	9
9	ca. 19	9	9,5
10	20	10	10
100	40	100	20

Zur Rechnung:

- links multiplizieren ist rechts addieren
- links dividieren ist rechts subtrahieren
- links potenzieren heißt rechts verdoppeln
- links radizieren (Wurzel ziehen) heißt rechts halbieren

PA:

- a) gegeben: $P_{ak} = 1 \text{ W}, r = 10 \text{ m}, \gamma = 1$ gesucht: $L_J, L_{\tilde{p}}$
 b) gegeben: $P_{ak} = 2 \text{ W}, r = 10 \text{ m}, \gamma = 1$ gesucht: $\Delta L_J, \Delta L_{\tilde{p}}$

Lösung:

a)

$$J = \frac{1 \text{ W} \cdot 1}{4\pi \cdot 10^2 \text{ m}^2} = 7,9 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$L_J = 10 \cdot \lg\left(\frac{J}{J_0}\right) = 89 \text{ dB}$$

$$\tilde{p} = \sqrt{Z_0 \cdot J} = 0,57$$

$$L_{\tilde{p}} = 20 \cdot \lg\left(\frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_0}\right) = 89 \text{ dB}$$

b)

$$J_2 = \frac{2W \cdot 1}{4\pi \cdot 100m^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \frac{W}{m^2}$$

$$\frac{J_2}{J} \approx 2 (1,997...) \Rightarrow \Delta L_J = 3dB$$

$$\tilde{p}_2 = 0,81$$

$$\frac{\tilde{P}_2}{\tilde{p}} \approx \sqrt{2} \Rightarrow \Delta L_{\tilde{p}} = 3dB$$

Die errechneten 3dB sind ein statistischer Mittelwert. Es gibt auch Situationen, in denen man auf dem einen Ohr +6dB hört, auf dem anderen dann aber nur 0,5dB. Dies hängt mit der Phasenlage zwischen Schalldruck und Schallschnelle zusammen.

Beispielaufgabe zum Kopfrechnen:

gegeben: $\frac{\tilde{p}_2}{\tilde{p}_1} = \frac{30}{7}$ gesucht: $\Delta L_{\tilde{p}}$

$$\Delta L_{\tilde{p}} = 20 \cdot \lg\left(\frac{30}{7}\right) \approx 20 \cdot \lg(4) \approx 12dB$$

Berechnungsbeispiele im Vergleich

Schalldruck:

$$L_{\tilde{p}} = 134dB = 140dB - 6dB$$

$$100Pa = 200Pa : 2$$

Schallintensität:

$$L_J = 134dB = 140dB - 6dB$$

$$25 \frac{W}{m^2} = 100 \frac{W}{m^2} : 4$$